

2.5. DP Problemlerinin Modelinin Kurulması

ÖRNEK 1: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ

Bir oyuncak üreticisi plastik ve montaj departmanlarından oluşan atölyesinde A ve B tipinde iki farklı oyuncak üretmektedir. Her iki departmanda ikişer iş-gören çalışmaktadır. Her iş-gören günde 7.5 saat çalışmaktadır. Bir adet A tipi oyuncakın plastik departmanında işlenmesi için gerekli süre 4 dakika, montaj departmanında işlenmesi için gerekli süre 2 dakikadır. Benzer bir şekilde bir adet B tipi oyuncakın plastik departmanında işlenmesi için gerekli süre 1 dakika, montaj departmanında işlenmesi için gerekli süre 3 dakikadır. Oyuncakların birim katkıları sırasıyla 800.000 TL ve 1.200.000 TL'dir. Üretici yukarıdaki koşullara uygun olarak üründen en yüksek katkıyı sağlamayı amaçlamaktadır. Yukarıdaki verilere bağlı olarak oyuncak üreticisinin karar probleminin doğrusal programlama (DP) modelini kurunuz.

ÖRNEK 2: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ

Bir cam fabrikası alüminyum çerçeveli cam kapı (ürün1) ve ahşap çerçeveli pencere (ürün2) olmak üzere iki farklı tipte ürün üretmektedir. Fabrikada üç farklı departman bulunmaktadır. Alüminyum çerçeveler birinci departmanda, ahşap çerçeveler ikinci departmanda üretilmektedir. Cam üretimi ve montaj işlemleri ise üçüncü departmanda gerçekleşmektedir. Buna bağlı olarak; ürün1, sadece birinci ve üçüncü departmanlardan, ürün 2'de sadece ikinci ve üçüncü departmanlardan geçmektedir. Pazarlama bölümü, fabrikanın üretebildiği kadar ürün satabileceğini savunmaktadır.

Öte yandan, her bir ürün çeşidi 20'şer adetlik partiler halinde üretilmektedir. Buna bağlı olarak, üretim oranı, haftalık parti sayısı olarak belirlenmelidir. Fabrikadaki yöneylem araştırması grubunun derlediği veriler Tablo 1'de verilmiştir. Bu verilere bağlı olarak, mevcut kısıtlar altında iki ürünün toplam katkısını en büyükleyen DP probleminin modelini kurunuz.

Tablo 1. Cam Fabrikası Örneğine İlişkin Veriler

Departmanlar	Her Bir Parti İçin Gerekli Olan Üretim Süresi (saat)		Her Bir Departmanın Haftalık Üretim Kapasitesi (Saat/Hafta)
	Ürünler		
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Her bir partinin katkısı (TL)	3.000.000	5.000.000	

ÖRNEK 3: MEDYA ORTAMI SEÇİMİ PROBLEMİ

KOTOSAN araba ve kamyonet almak üzere iki farklı tipte ürün üretmektedir. Firma, potansiyel müşterilerinin yüksek gelir düzeyli bay ve bayan müşteriler olduğunu belirlemiştir. KOTOSAN yöneticileri, bu kitleye ulaşmak için komedi programlarında ve futbol maçı yayınlarında 1 dakikalık reklam vermeyi planlamaktadır. Her bir komedi programının 7 milyon yüksek gelir düzeyli bayan ve 2 milyon yüksek gelir düzeyli bay müşteri tarafından izlendiği tespit edilmiştir. Öte yandan, her bir futbol maçının 2 milyon yüksek gelir düzeyli bayan, 12 milyon yüksek gelir düzeyli bay tarafından izlendiği tespit edilmiştir. Komedi programlarında yayına girecek olan bir adet 1 dakikalık reklamın maliyeti 5 milyar TL, futbol maçlarında yayına girecek olan bir adet 1 dakikalık reklamın maliyeti ise 10 milyar TL'dir. Firma, reklamların en azından 28 milyon yüksek gelir düzeyli bayan ve 24 milyon yüksek gelir düzeyli bay müşteriler tarafından izlenmesi amaçlanmaktadır. Bu verilere bağlı olarak KOTOSAN'ın reklam maliyetini en küçükleyen DP probleminin modelini kurunuz.

ÖRNEK 4: DİYET PROBLEMİ

Bir üniversitenin kantininde kakaolu kek, elmalı kek, dondurma ve lokma olmak üzere dört çeşit tatlı satılmaktadır. Her tatlı çeşidinin fiyatı sırasıyla aşağıdaki gibidir:

1 dilim kakaolu kek	300.000 T.L.
1 dilim elmalı kek	200.000 T.L.
1 kepçe dondurma	180.000 T.L.
1 kutu lokma	140.000 T.L.

Ayşe her gün en azından 500 kalorilik tatlı yemek istemektedir. Ayrıca günde en azından 180 gram kakaolu, 300 gram şekerli ve 240 gram yağlı besin almak istemektedir. Her bir tatlının besin değeri Tablo 2'de verilmiştir. Ayşe'nin en az maliyetle yiyebileceği günlük tatlı miktarını belirleyen DP probleminin modelini kurunuz.

Tablo 2. Tatlı Çeşitlerinin Besin Değerleri

Tatlı Çeşitleri	Kalori	Kakaolu Besin (gr.)	Şekerli Besin (gr.)	Yağlı Besin (gr.)
Ç.K.	400	90	60	60
E.K.	150	0	120	30
D.	200	60	60	120
L.	500	0	120	150

ÖRNEK 5: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ

MOTOSAN araba ve kamyonet olmak üzere iki farklı tipte ürün üretmektedir. Her bir araba, boyama ve montaj departmanında işlenmektedir. Eğer boyama departmanında sadece kamyonetler boyanırsa, günde sadece 40 adet kamyonet boyanmaktadır. Eğer boyama departmanında sadece arabalar boyanırsa, günde sadece 60 adet araba boyanmaktadır. Eğer işleme departmanında sadece kamyonetler işlenirse günde sadece 50 adet kamyonet işlenmektedir. Eğer işleme departmanında sadece arabalar işlenirse günde sadece 50 adet araba işlenmektedir. Her bir kamyonetin birim katkısı 300.000.000 TL ve her bir arabanın birim katkısı 200.000.000 TL'dir. MOTOSAN'ın toplam katkısını en büyükleyen günlük üretim miktarını belirleyen DP probleminin modelini kurunuz.

ÖRNEK 6: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ

Bir firma, E1 ve E2 olmak üzere İki farklı tipte elektrikli mutfak eşyası üretmektedir. Her iki ürün işletmede bulunan işleme, montaj ve kalite kontrol departmanlarından geçerek üretilmektedir. Departmanların haftalık kapasiteleri sırasıyla 450 saat, 350 saat ve 300 saattir. Her bir adet E1 üretimi için 3 saat işleme departmanı süresi, 4 saat montaj departmanı süresi ve 3 saat kalite kontrol departmanı süresi gerekmektedir. Her bir adet E2 üretimi için 2 saat işleme departmanı süresi, 6 saat montaj departmanı süresi ve 3 saat kalite kontrol departmanı süresi gerekmektedir. Pazarlama departmanının verilerine göre haftada en fazla 75 adet E1 ve en fazla 50 adet E2 üretilmesi gerekmektedir. Ayrıca, yine pazarlama departmanının verilerine göre haftada 20 adetten daha az E1 ve 15 adetten daha az E2 üretilmemesi gerekmektedir. Son olarak, E1'in üretim miktarının en az E2'nin üretim miktarına eşit olması gerekmektedir. E1'in birim katkısı 10.000.000 TL, E2'nin birim katkısı ise 20.000.000

TL'dir. Bu verilere bağlı olarak üreticinin üretim planına ilişkin doğrusal programlama probleminin modelini kurunuz .

ÖRNEK 7: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ

Bir bisiklet üreticisi bis1, bis2 ve bis3 olmak üzere üç farklı tipte çocuk bisikleti üretmektedir. Bisikletlerin birim katkıları sırasıyla 4.000.000 TL, 2.000.000 TL ve 3.000.000 TL'dir. Her bir adet bis1, bis2 ve bis3 montaj ve boyama departmanında işlenerek üretilmektedir. Boyama departmanı günde en fazla 2.8 kilogram boya temin edilebilmektedir. Her bir kilogram boya ya on adet bis1'in, ya yirmi adet ya bis2'nin ya da beş adet bis3'ün boyanması için kullanılmaktadır. Eğer montaj departmanında sadece bis1 monte edilirse saatte en fazla 10 adet bis1 monte edilmektedir. Eğer montaj departmanında sadece bis2 monte edilirse saatte en fazla 5 adet bis2 monte edilmektedir. Eğer montaj departmanında sadece bis3 monte edilirse saatte en fazla 15 adet bis3 monte edilmektedir. Ayrıca pazarlama departmanının verilerine göre, bis3'ün günlük üretim miktarı en azından bis1'in günlük üretim miktarının bir buçuk katı kadar olmalıdır. Ek olarak; bis1'in günlük üretim miktarının en azından 6 adet olması gerekmektedir. Muhasebe departmanının verilerine göre ise, her bir adet bis1'in maliyeti 10.000.000 TL, her bir adet bis2'nin maliyeti 30.000.000 TL ve her bir adet bis3'ün maliyeti ise 20.000.000 TL'dir ve günlük toplam maliyetin 280.000.000 TL'yi aşmaması gerekmektedir. İşletmede bir günde 8 saat çalışılmaktadır. Bu verilere bağlı olarak bisiklet üreticisinin üretim planını belirleyen doğrusal programlama probleminin modelini kurunuz.

KAYNAKLAR:

HILLIER, F.S. ve LIEBERMAN, G.J. (1995), Introduction to Mathematical Programming, McGraw-Hill Publishing Company.

TAHA, H. (1997), Operations Research, Sixth Edition, Prentice Hall.

WINSTON, W.L. (1994), Operations Research, Second Edition, PWS-KENT Publishing Company, Boston.

HALLAÇ, O. (1983), Kantitatif Karar Verme Teknikleri, İ.Ü. Yayını.

ÖZDEN, K. (1989), Yöneylem Araştırması, Hava Harp Okulu Yayınları.

ÖZTÜRK, A. (1997), Yöneylem Araştırması, Genişletilmiş V. Basım, Ekin Kitapevi Yayınları, Bursa..

TAHA, H. (2000), Yöneylem Araştırması, 6. Basımdan Çeviri, (Çeviren ve Uyarlayanlar: Ş. Alp Baray ve Şakir Esnaf), Literatür Yayınları:43, İstanbul.

ÖRNEK 8: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ⁴

Bir fırıncının 90 kg unu ve 30 paket mayası bulunmaktadır. Bir paket ekmeğin üretimi için 0.5 kg una ve 1 paket mayaya gereksinim duyulmaktadır. Bir paket ekmeğin satış fiyatı 1 200 000 TL'dir. Fırıncı gün içinde ihtiyaç duyduğunda, ek olarak kilosu 400 000 TL'den un alabilmekte veya aynı fiyattan artan ununu satabilmektedir. Fırıncının kazancını en çoklayan doğrusal programlama probleminin modelini oluşturunuz.

ÖRNEK 9: İŞGÜCÜ ÇİZELGELEME PROBLEMİ⁵

Haftanın 7 günü faaliyetini sürdürmekte olan bir şirketin ihtiyaç duyduğu eleman sayısı günlere göre farklılık göstermektedir. Tam gün çalışacak şekilde her gün için ihtiyaç duyulan eleman sayısı aşağıdaki tabloda verildiği gibidir:

Gün	Eleman Sayısı
Pazartesi	17
Salı	13
Çarşamba	15
Perşembe	19
Cuma	14
Cumartesi	16
Pazar	11

Diğer yandan kurallar gereğince, tam gün çalışan kişiler bir haftalık bir sürede birbirini izleyen beş gün çalışmakta ve iki gün dinlenmektedirler. Örneğin, Pazartesi günü işe başlayan bir kişi Cuma günü de çalıştıktan sonra iki gün dinlenmektedir. Şirket günlük faaliyetlerini tam gün çalışacak bu kişilerle yürütmek istemektedir. Şirketin istihdam edeceği personel sayısını en aza indirecek doğrusal programlama modelini kurunuz.

ÖRNEK 10: İŞGÜCÜ ÇİZELGELEME PROBLEMİ⁶

Müşterilerine bakım ve onarım hizmeti vermekte olan bir şirket, gelecek beş ay için müşterilerinin gereksinim duyacağı hizmet sürelerini aşağıdaki gibi tahmin etmektedir:

⁴ WINSTON, W.L. (1994), Operations Research, Second Edition, PWS-Kent Publishing Company, Boston,s.-176

⁵ WINSTON, W.L. (1994), Operations Research, Second Edition, PWS-Kent Publishing Com., Boston,pp.74- 75

⁶ WINSTON, W.L. (1994), Operations Research, Second Edition, PWS-Kent Publishing Com., Boston,pp.109-111

Ocak: 6000 saat

Şubat: 7000 saat

Mart: 8000 saat

Nisan: 9500 saat

Mayıs: 11000 saat

Bakım ve onarım faaliyetleri tecrübeli teknik elemanlar tarafından yerine getirilmekte ve her teknik eleman ayda 160 saat çalışmaktadır. Ocak ayı başında şirkette 50 tecrübeli teknik eleman bulunmaktadır.

Yönetim gelecek aylardaki müşteri gereksinimlerini karşılayabilmek için, yetiştirilmek üzere şirkete yeni elemanlar alınmasına karar vermiştir. Yeni elemanların yetiştirilmesi için bir aylık bir sürenin yeterli olacağı düşünülmektedir. Bu bir ay içinde her yeni eleman tecrübeli bir eleman tarafından 50 saatlik bir eğitime tabi tutulacaktır. Diğer yandan, her ayın sonunda tecrübeli elemanların % 5'inin işten ayrıldığı gözlenmektedir.

Şirket, tecrübeli elemanlara ayda 500 milyon TL., yetiştirilen elemanlara ise bu ilk ayında 250 milyon TL. ödemektedir. Şirketin müşteri gereksinimlerini karşılayacak şekilde toplam işgücü maliyetini en aza indirecek doğrusal programlama modelini kurunuz.

ÖRNEK 11: ÜRÜN KARMASI PROBLEMİ⁷

2000 hektarlık tarım alanına sahip olan bir kişi toprağının işlenmesi için üç çiftçiyle anlaşmakta ve çiftçilerin kapasitelerine göre bu alanı üç parçaya ayırmaktadır. Buna göre, 1. çiftçiye ayrılan toprağın genişliği 500, 2. çiftçiye ayrılan toprağın genişliği 800, 3. çiftçiye ayrılan toprağın genişliği 700 hektar'dır.

Toprak sahibi her bir çiftçi için ayrılan kısımda mısır, bezelye ve soya yetiştirilmesini istemektedir. Ancak, mısır için ayrılan toplam alanın 900, bezelye için ayrılan toplam alanın 700, soya için ayrılan toplam alanın 1000 hektar' dan fazla olmasını istememektedir. Hektar başına mısırdan elde edilecek kar 400 milyon TL., bezelyeden elde edilecek kar 300 milyon TL ve soyadan elde edilecek kar 200 milyon TL'dir.

Diğer yandan , toprak sahibi her çiftçiye ayrılan kısmın en az % 60'ının ekilmesini şart koşmaktadır. Ayrıca, her bir parçadaki ekili alan oranının birbirine eşit olmasını istemektedir.

Yukarıda verilen bilgilerden yararlanarak toplam karı en çoklayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

⁷ LEE, S.M., MOORE L.J. ve TAYLOR, B.W., (1981), Management Science, Wm.C.Brown Company, U.S.A, s.35-38.

ÖRNEK 12: KARIŞIM PROBLEMİ⁸

Bir geri-dönüşüm merkezi olarak faaliyetini sürdürmekte olan bir şirket Madde 1, Madde 2, Madde 3 ve Madde 4 olmak üzere dört çeşit katı atık madde toplamaktadır. Toplanan bu maddeler önce ayrı ayrı kimyasal bir işleme tabi tutulmakta (1.İşlem) ve daha sonra bu maddelerin karışımından (2.İşlem) A, B ve C olmak üzere 3 çeşit ürün üretilmektedir. Ürün çeşitleri, karışımda kullanılan maddelerin oranlarına [(üründe kullanılan madde ağırlığı/ürünün ağırlığı)*100] göre farklılık göstermektedir.

Her ürün çeşidi için kullanılan madde oranlarında bir esneklik söz konusu olmakla birlikte, kalite spesifikasyonları bu oranlarla ilgili bazı alt ve üst limitler getirebilmektedir. Örneğin, ürün C'deki madde 1 oranının % 70'den daha fazla olmaması gerekmektedir. Bu spesifikasyonlar, her çeşit ürünün satış fiyatı ve 2. işlemin maliyeti aşağıdaki tabloda verilmektedir.

Ürün	Madde	Spesifikasyonlar	2.İşlemin maliyeti (10 ⁶ TL/kg)	Satış Fiyatı (10 ⁶ TL /kg)
A	Madde 1 Madde 2 Madde 3 Madde 4	% 30'dan fazla olmamalı % 40'dan az olmamalı % 50'den fazla olmamalı % 20 olmalı	3.00	8.50
B	Madde 1 Madde 2 Madde 4	% 50'den fazla olmamalı % 10'dan az olmamalı %10 olmalı	2.50	7.00
C	Madde 1	% 70'den fazla olmamalı	2.00	5.50

Merkez üretimde kullandığı bu katı atık maddeleri düzenli olarak belirli kaynaklardan, toplayabilmekte ve 1.İşlem'den geçirebilmektedir. Her çeşit maddenin toplanabilen ve 1.İşlem'den geçirebilen haftalık miktarları ve 1.İşlemin maliyetleri Tablo 2'de yer almaktadır:

Madde	Miktar (kg/hafta)	1.İşlem'in maliyeti (10 ⁶ TL/kg)
Madde 1	3000	3.00
Madde 2	2000	6.00
Madde 3	4000	4.00
Madde 4	1000	5.00

⁸ HILLIER, F.S. ve LIEBERMAN, G.J.(1995), Introduction to Mathematical Programming, McGraw-Hill Publishing Company, s. 53-57.

Şirketin faaliyetleri çevreci bir örgüt tarafından desteklenmekte ve örgüt, tamamı, 1.İşlem ile ilgili maliyetlerin karşılanmasında kullanılmak üzere haftada 30 .10⁹ TL'lık bir yardımda bulunmaktadır. Ancak örgüt bu paranın, tabloda verilen haftalık miktarların en az yarısının toplanacak ve 1.İşlem 'den geçirilecek şekilde maddeler arasında dağıtılmasını şart koşmaktadır.

Yukarıda verilen bilgilerden yararlanarak şirketin haftalık karını en çoklayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

ÖRNEK 13: KARIŞIM PROBLEMİ⁹

Bir rafineride B1, B2 ve B3 olmak üzere üç çeşit benzin üretilmektedir. Bu benzinler üç farklı ham petrolün (P1, P2, P3) karışımından elde edilmektedir. Çeşitlerine göre bir varil benzinin satış fiyatı ve bir varil ham petrolün alış fiyatı aşağıdaki tabloda verildiği gibidir. Şirket bu üç çeşit ham petrolün her birinden günde 5000 varile kadar satın alabilmektedir.

	Satış fiyatı (10 ⁶ TL/varil)		Alış fiyatı (10 ⁶ TL /varil)
B1	70	P1	45
B2	60	P2	35
B3	50	P3	25

Şirketin ürettiği bu benzinler oktan indislerine ve sülfür miktarlarına göre farklılık göstermektedir. B1 üretimi için petrol karışımının oktan indisi en az 10 olmalı ve karışım en fazla % 1 sülfür içermelidir. B2 üretimi için petrol karışımının oktan indisi en az 8 olmalı ve karışım en fazla % 2 sülfür içermelidir. B3 üretimi için petrol karışımının oktan indisi en az 6 olmalı ve karışım en fazla % 1 sülfür içermelidir. Üretimde kullanılan üç çeşit ham petrol için oktan indisleri ve sülfür miktarları ise aşağıdaki tabloda verilmektedir. Bir varil petrolü bir varil benzine dönüştürmenin maliyeti 4 .10⁶ TL'dır ve şirket günde 14 000 varile kadar benzin üretebilmektedir.

	Oktan indisi	Sülfür miktarı
P1	12	0.5%
P2	6	2.0%
P3	8	3.0%

⁹ WINSTON, W.L. (1994), Operations Research, Second Edition, PWS-Kent Publishing Company, Boston, s.-93.

Şirket müşterilerinin ihtiyaç duyduğu günlük benzin miktarları ise; B1 için 3000 varil, B2 için 2000 varil, B3 için 1000 varildir. Yapılan anlaşmalar gereğince şirket bu taleplerin tamamını karşılamak zorundadır. Bununla birlikte, şirket yöneticileri ürünlerine olan talebi artırabilmek için reklam yapmayı düşünmekte ve belli bir ürün için yapılacak her $1 \cdot 10^6$ TL / gün 'lık reklam harcamasının o ürünün günlük talebini 10 varil artıracığını hesaplamaktadır. Örneğin , B2 için yapılacak günlük $20 \cdot 10^6$ TL'lık reklam harcamasının B2'nin günlük talebini $20(10)=200$ varil artıracığı öngörülmektedir.

Yukarıda verilen bilgilerden yararlanarak şirketin günlük karını en çoklayacak doğrusal programlama modelini kurunuz.

ÖRNEK 14: ÜRETİM PLANLAMA PROBLEMİ¹⁰

Boyaş firmasının üç fabrikası bulunmakta ve her fabrikada üç ayrı boyda makina parçası üretilmektedir. Her makine parçasından elde edilen birim karlar ise , büyük boy için 800 TL., orta boy için 600 TL. ve küçük boy için 540 TL.'dir. Emek ve makina kapasitelerine göre, 1 nolu fabrikada haftada en fazla 800 birim, 2 nolu fabrikada haftada en fazla 650 birim, 3 nolu fabrikada ise haftada en fazla 450 birim ürün üretilebilmektedir.

Her fabrikanın stoklama alanı sınırlı olup, 1 nolu fabrikanın 1400 m^2 , 2 nolu fabrikanın 1250 m^2 , 3 nolu fabrikanın 800 m^2 lik stoklama alanı bulunmaktadır. Büyük boy parçanın haftalık üretiminde 2.5 m^2 , orta boy parçanın üretiminde 2 m^2 ve küçük boy parçanın üretiminde 1.5 m^2 yere gerek duyulmaktadır.

Satış bölümünün tahminine göre haftada büyük boy parçadan 800, orta boy parçadan 900 ve küçük boy parçadan 600 birim satılabilmektedir. Öte yandan , yönetim üç fabrikada üretilen malların görelî sayısının emek ve makine kapasitelerine denk oranda olmasını istemektedir.

Yönetim karını en çoklayacak şekilde üç fabrikada her bir boydan ne kadar birimlik ürün üretilmesi gerektiğini saptamak istemektedir.

Yukarıda verilen bilgilerden yararlanarak problemi doğrusal programlama modeli olarak ifade ediniz.

¹⁰ ÖZTÜRK, A., (1997), Yöneylem Araştırması, Ekin Kitabevi, Bursa, s.33-35.