BÖLÜM 6
SINIR TABAKANIN TÜRBÜLANSLI HALE GEÇİŞİ

-

TÜRBÜLANSA GEÇİŞ

Çoğu mühendislik probleminde karşılaşılan akım türbülanslıdır .

Akımın {laminer veya türbülanslı} olması halinde {yüzey sürtünmesi ve ısı transferi} çok farklı olur.

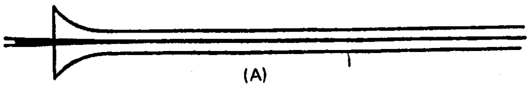
Bu farklılık geniş ölçüde {türbülans girdaplarının rastgele hareketleri sonucu} artan karışımdan kaynaklanır.

{- Yüzey sürtünmesi, - ısı transferi ve - akım ayrılması} akımın {Laminer veya türbülanslı} olmasından büyük ölçüde etkilenir.

Analizci veya tasarımcının ilgileneceği konular akımın laminer veya türbülanslı olmasına bağlı olabilir. Bütün bu nedenlerle verilen koşullarda bir akımın laminer mi yoksa türbülanslı mı olacağının bilinmesi önem kazanmaktadır.

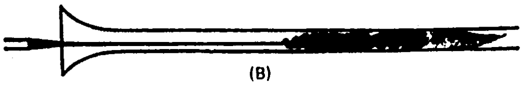
Genel deneyim yüksek Reynolds sayısında akımların daha ziyade türbülanslı olduğunu göstermektedir. Ancak böyle kaba bir tahmin dikkatli bir tasarım için yeterli değildir. Türbülansa geçişi tahmin için daha doğru yöntemlere ihtiyacı vardır. Ancak bu pek de kolay değildir.

TÜRBÜLANSA GEÇİŞ – Reynolds deneyi



(A)

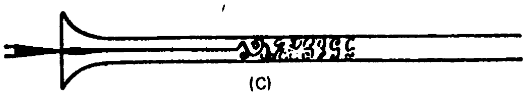
Laminer akış (Re < 2300)



(B)

Geçişsel akış (2,300 < Re < 10,000)

$$R = \frac{\rho V D}{\mu}$$



(C)

Türbülanslı akış (Re > 10,000)

O. Reynolds boru içindeki akışta geçiş için kritik Reynolds sayısını 2,300 olarak belirlemiş ise de yapılan incelenmeler geçişin çevreden etkilendiğini göstermiştir.

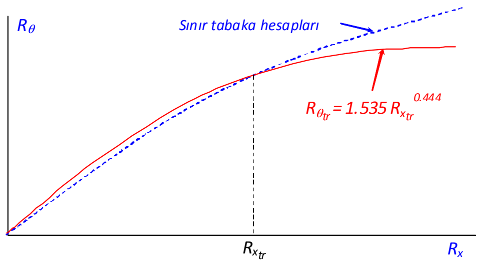
Geçişin tahmini için R_θ ya dayanan basit bir yöntem
Michel yöntemi

$\boxed{R_{\theta_{tr}} \geq 2.9 R_{x_{tr}}^{0.4}}$ halinde geçiş gerçekleşir. Burada $R_\theta = \dfrac{\rho U_e \theta}{\mu}$, $R_x = \dfrac{\rho U_e x}{\mu}$

Örneğin

düz levha için Blasius çözümünden

$$\frac{\theta}{x} = \frac{0.664}{R_x^{0.5}} \Rightarrow \boxed{R_\theta = 0.664 R_x^{0.5}}$$



Michel kriterinde kullanılarak

$$0.664 R_{x,tr}^{0.5} \geq 2.9 R_{x,tr}^{0.4} \Rightarrow R_{x,tr}^{0.1} \geq 4.367 \Rightarrow \boxed{R_{x,tr} = 2.5\times10^6}$$

Not: Cousteix farklı bir katsayı belirlemiştir

$$\boxed{R_{\theta_{tr}} \geq 1.535 R_{x_{tr}}^{0.444}}$$

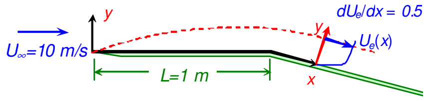
Cebeci – Smith kriteri $R_{\theta_{tr}} = 1.174\left(1 + \dfrac{22{,}400}{R_{x_{tr}}}\right) R_{x_{tr}}^{0.46}$

Michel yöntemi

Örnek uygulama

Şekilde gösterilen düz levhayı izleyen köşe etrafındaki Howard akımında hız dağılımı

$$U_e(x)=\begin{cases} U_\infty & x\le L \\ U_\infty+\dfrac{dU_e}{dx}(x-L) & x>L \end{cases}$$



şeklinde verilmiş olup sınır tabaka geçiş noktasının incelenmesi amaçlanmıştır. Buna göre levha hücum kenarından başlayarak yüzey boyunca çeşitli x konumlarında sınır tabaka özellikleri Thwaites-Walz yöntemi ile elde edilecek, türbülansa geçiş noktasının konumu araştırılacak, ayrıca laminer ayrılma olup olmadığı kontrol edilecektir

Thwaites yönteminde momentum kalınlığı $\boxed{\theta^2(x)=\dfrac{0.45\nu}{U_e^6(x)}\int_0^x U_e^5(x_1)\,dx_1}$

$\bar\theta=\dfrac{\theta}{L};\quad \bar U_e=\dfrac{U_e}{V_\infty};\quad \bar x=\dfrac{x}{L};\quad \mathrm{Re}=\dfrac{V_\infty L}{\nu}$ olmak üzere boyutsuzlaştırma yapılarak

$$\boxed{\frac{Re}{0.45}\left[\bar U_e^6(\bar x)\,\bar\theta^2(\bar x)\right]=\int_0^{\bar x}\bar U_e^5(\bar x_1)\,d\bar x_1=I(\bar x)}\quad \boxed{\bar U_e(x)=\frac{U_e(x)}{U_\infty}=\begin{cases}1 & \bar x\le 1\\ 1+B(\bar x-1) & \bar x>1\end{cases}}\quad \boxed{B=\frac{L}{U_\infty}\frac{dU_e}{dx}}$$

Michel yöntemi

Örnek uygulama

Boyutsuzlaştırılmış Thwaites integralinin değeri, bu hız dağılımı için,

Düz levhanın köşeden önceki (*0 ÷ 1*) aralığında bir nokta için $\boxed{I(\bar x_k)=\bar x_k\,,\quad \bar x_k\le 1}$

Köşeden sonraki noktalar için

$$I(\bar x_k)=\int_0^{\bar x_k}\bar U_e^5(\bar x)\,d\bar x=\int_0^1\bar U_e^5(\bar x)\,d\bar x+\int_1^{\bar x_k}\bar U_e^5(\bar x)\,d\bar x=1+\int_1^{\bar x_k}(1-B+B\bar x)^5\,d\bar x$$

$$I(\bar x_k)=1+\frac{1}{6B}\left[(1-B+B\bar x)^6\right]_1^{\bar x_k}=1+\frac{1}{6B}\left[(1-B+B\bar x_k)^6-1\right]$$

$$\boxed{I(\bar x_k)=1+\frac{(1-B+B\bar x_k)^6-1}{6B}\,,\qquad \bar x_k>1}$$ şeklinde hesaplanır

Böylece $\bar\theta^2(\bar x_k)=\dfrac{0.45}{\mathrm{Re}\cdot\bar U_e^6(\bar x_k)}I(\bar x_k)\Rightarrow \bar\theta_k=\sqrt{\bar\theta_k^2}\Rightarrow \theta_k=L\bar\theta_k$

Basınç gradyantı parametresi $\Lambda_k=\dfrac{\theta_k^2}{\nu}\left(\dfrac{dU_e}{dx}\right)_k\Rightarrow \Lambda_k=\mathrm{Re}\,\bar\theta_k^2 B$

Michel yöntemi

Örnek uygulama

$\boxed{0 \le \Lambda \le 0.1}$ için

$$S_k = 0.22 + 1.57\Lambda_k - 1.80\Lambda_k^2$$
$$H_k = 2.61 - 3.75\Lambda_k + 5.24\Lambda_k^2$$

$\boxed{-0.1 \le \Lambda \le 0}$ için

$$S_k = 0.22 + 1.402\Lambda_k + \frac{0.018\Lambda_k}{\Lambda_k + 0.107}$$
$$H_k = 2.088 + \frac{0.0731}{\Lambda_k + 0.14}$$

Öteleme kalınlığı $\frac{\delta^*}{\theta} = H \Rightarrow \delta_k^* = H_k\theta_k \Rightarrow \bar{\delta}_k^* = H_k\bar{\theta}_k$

Kayma korelasyon fonksiyonundan

$$S = \frac{\tau_w\theta}{\mu U_e} \Rightarrow (\tau_w)_k = \frac{S_k\mu U_{ek}}{\theta_k} \Rightarrow (C_f)_k = \frac{2(\tau_w)_k}{\rho(U_e^2)_k} = 2\nu\frac{S_k}{U_{ek}\theta_k}$$

Boyutsuz büyüklüklerle $(C_f)_k = 2\frac{\nu}{U_\infty D}\frac{S_k}{(U_{e,k}/U_\infty)(\theta_k/D)} \Rightarrow \boxed{(C_f)_k = \frac{2}{Re}\frac{S_k}{\bar{U}_{e,k}\bar{\theta}_k}}$

Michel yöntemi

Örnek uygulama

Sınır tabakanın her adımında

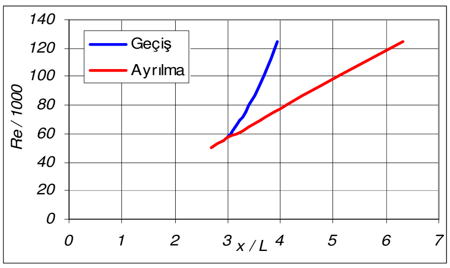
$$\left\{ \begin{array}{l} R_\theta = \frac{\theta U_e}{\nu} = \frac{\theta}{L}\frac{LU_e}{\nu} = \bar{\theta}\,\mathrm{Re} \\ R_x = \frac{xU_e}{\nu} = \frac{x}{L}\frac{LU_e}{\nu} = \bar{x}\,\mathrm{Re} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Türbülansa geçiş için Michel kriteri uygulanırsa

$$\boxed{R_{\theta_{trans}} \ge 1.535 R_{x_{trans}}^{0.444}}$$

Ayrılma kriteri $\boxed{(C_f)_k \le 0}$

U_{oo}	Re / 1000	x_{tr} / L	x_{sp} / L
10.0	50.0		2.68
11.0	55.0		2.92
11.5	57.5	3.00	3.04
12.0	60.0	3.05	3.16
13.0	65.0	3.15	3.40
14.0	70.0	3.24	3.64
15.0	75.0	3.33	3.88
20.0	100.0	3.68	5.10
25.0	125.0	3.93	6.32



Granville Kriteri

Yarı ampirik yöntem (Deneysel veriler + kararlılık teorisi)

$\boxed{R_{\theta_{tran}} - R_{\theta_{ins}} = 375 + e^{6.1+55\,\pi_{2T}}}$ Geçiş kriteri $\boxed{R_\theta \geq R_{\theta_{trans}}}$

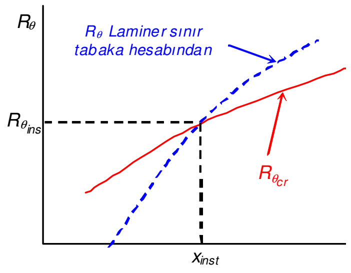
Burada

$$\boxed{\pi_{2T} = \frac{1}{x - x_{Inst}} \int_{x_{Inst}}^{x} \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx'} dx'}$$

Ortalama Pohlhausen parametresi $\boxed{-0.04 \leq \pi_{2T} \leq 0.024}$

$R_{\theta trans}$	Geçiş noktası Re sayısı
$R_{\theta inst}$	Kararsızlık noktası Re sayısı
x_{inst}	Kararsızlık noktası konumu
x	Laminer sınır tabaka hesap noktası konumu
θ	Laminer sınır tabaka hesabı ile bulunan momentum kalınlığı

Granville Kriteri



Falkner-Skan benzerlik profillerinin kararsızlık analizinden

$$R_{\theta cr} = \begin{cases} \dfrac{1}{H} e^{5.27 + 17.2\left(\frac{1}{H} - 0.39\right)^{0.5}} & H < 2.5 \\ \dfrac{1}{H} e^{3.5 + \frac{2.897}{H} + \frac{22230}{H^{10}}} & H > 2.5 \end{cases}$$

Granville Kriteri

Akış şeması