

**SIFIR HÜCUM AÇILI BİR KONİ ÜZERİNDEKİ ŞOK
AÇISINDAN HAREKETLE SÜPERSONİK AKIM HIZININ
TESPİTİ**

Doç. Dr. M. Adil YÜKSELEN

Temmuz 1997

SIFIR HÜCUM AÇILI BİR KONİ ÜZERİNDEKİ ŞOK AÇISINDAN HAREKETLE SÜPERSONİK AKIM HIZININ TESPİTİ

1- Giriş:

Süpersonik rüzgar tünellerinde deney hızının kalibrasyonuna ilişkin çalışmalar daha sonra gerçekleştirilecek olan deneysel çalışmaların güvenilirliği bakımından son derece önemlidir. Bu çalışmalar sırasında önemli bir kontrol yöntemi olarak akıma sıfır hücum açısında yerleştirilmiş olan bir koni etrafındaki akımda oluşan eğik şokun açısından yararlanılabilir. Nitekim koni açısı verildiğinde eğik şok açısı hassas bir şekilde ölçülürse, bu iki veriden yararlanarak serbest akımın Mach sayısı hesaplanabilir. Bulunan bu değer de başka yöntemlerle elde edilen Mach sayısının tahkiki için iyi bir referans olarak kabul edilebilir.

Koni etrafındaki aksel simetrik akımın analitik çözümüne yönelik önemli bir çalışma literatürde Taylor-Maccoll yöntemi [1-3] olarak bilinmekte olup, bu yöntem çeşitli yazarlar tarafından genel olarak iki farklı biçimde uygulanmıştır. Bir uygulamada Mach sayısı ve şok açısı seçilerek bu değerleri sağlayacak koni açısı tespit edilmekte, değişik Mach sayıları ve şok açıları için elde edilen koni açıları grafikler haline getirilerek kullanılmaktadır [1]. Diğer uygulamada ise bir koni açısı ve bu koni üzerinde teğetsel hız seçilerek bunlara karşılık serbest akım Mach sayısı ve şok açısı tespit edilmektedir. Yine değişik koni açıları ve teğetsel hızlar için Mach sayıları ve şok açıları bir grafik üzerinde yerleştirilerek uygulamada bu grafikler kullanılmaktadır [2,3].

Bu çalışmada her iki tip uygulama için, tepe açısı verilmiş bir koni etrafındaki aksel simetrik akımda oluşan eğik-konik şok açısı ölçüldüğünde serbest akımın Mach sayısının iteratif hesabına yönelik bir çalışma sunulmuştur.

2- Koni Etrafındaki Aksel Simetrik Akımın Fiziksel Yapısı:

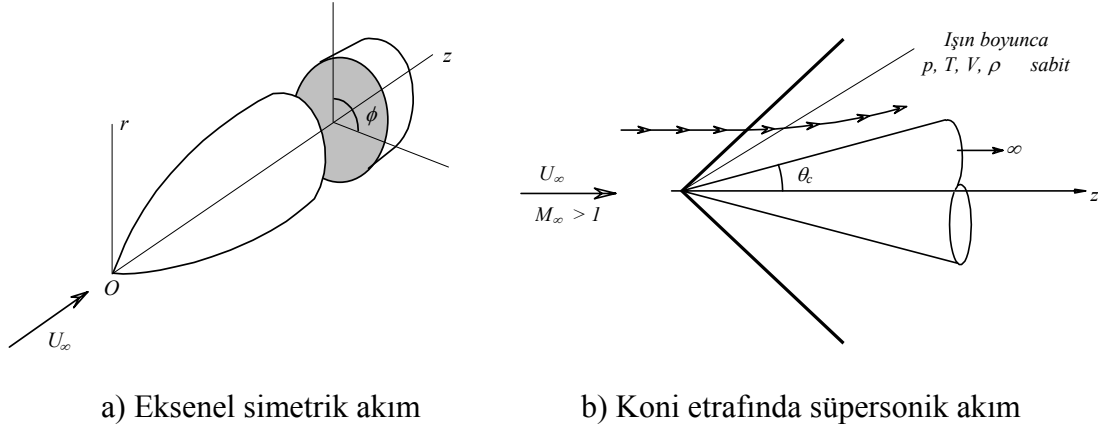
Düzlemsel bir eğrinin bir eksen etrafında döndürülmesiyle elde edilen şekle aksel simetrik cisim adı verilmektedir. Şekil 1a 'da (r, ϕ, z) silindirik koordinat sisteminde gösterilen böyle bir cisim sıfır hücum açısıyla üniform paralel bir akıma maruz kaldığında cismin etrafındaki akım alanı da cismin simetri eksenine göre simetrik, yani bütün akım büyüklükleri ϕ den bağımsız olacaktır;

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \equiv 0$$

Akım büyüklüklerinin sadece r ve z ye bağlı olduğu böyle bir akım alanı *eksenel simetrik akım* olarak adlandırılır.

Şayet eksenel simetrik cismin akım doğrultusundaki profili bir doğru şeklinde ise bu defa bir koni etrafındaki eksenel simetrik akım söz konusu olup, bu tipten akımlar hareket denklemleri tam (exact) olarak çözülebildiğinden ve çoğu yüksek hızlı roketle birçok süpersonik uçağın burun kısımları konik olduğundan pratikte hayli önemlidir.

Şekil 1b 'de görüldüğü gibi yarı tepe açısı θ_c olan keskin uçlu ve akım yönünde yarı-sonsuz uzunlukta bir koniyi gözönüne alalım. Koni bir süpersonik akım içerisinde yer aldığına tepe noktasına bağlı konik bir eğik şok meydana gelecektir. Süpersonik serbest akımdan gelen bir akım çizgisi bu şoku geçerken yön değiştirecek ve şokun gerisinde bükülerek sonsuzda asimptotik olarak koni yüzeyine paralel hale gelecektir. İki-boyutlu akım halinde bir köşe etrafında oluşan eğik-şoku geçen akım çizgisinin şoku geçer geçmez hemen yüzeye paralel hale geldiği hatırlanırsa, konik halde önemli bir farklılık olduğu dikkati çekmektedir.



Şekil 1

Eksenel simetrik bu akımda koni yüzeyi boyunca bütün akım büyüklükleri sabittir. Koni yüzeyi tepe noktasından çıkan bir ışın şeklinde olup, koni yüzeyi ile şok dalgası arasında kalan benzeri başka ışınlar gözönüne alınır ise bu ışınlar boyunca da akım büyüklükleri sabittir. Akım özellikleri sadece bir ışından diğerine değişme gösterir. Konik akımın bu özelliği deneysel olarak da tespit edilmiştir.

3- Konik Akım için Taylor-Maccoll Formülasyonu:

Daimi akım için süreklilik denklemleri küresel koordinatlarda

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}) = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho V_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial (\rho V_\phi)}{\partial \theta} = 0$$

şeklinde yazılabilir. Eksenel simetrik konik akımda eksenel simetri ve radyal doğrultuda akım büyüklüklerinin sabitliği şartları sırasıyla

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \equiv 0 \qquad \frac{\partial}{\partial r} \equiv 0$$

şeklinde uygulanarak bu denklem

$$2\rho V_r + \rho V_\theta \cot \theta + \rho \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_\theta \frac{\partial \rho}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

şekline getirilebilir.

Konik akımda meydana gelen şok dalgası doğrusal olup, şoku geçen bütün akım çizgileri boyunca entropi artışları aynıdır. Dolayısıyla konik akım alanında $\nabla s = 0$ dır. Ayrıca akım adyabatik ve daimi olup

$$\Delta h_0 = 0$$

dır. Bu şartlarda Crocco denklemi gereği

$$\nabla \times \vec{V} = 0$$

elde edilir. Yani konik akım irrotasyoneldir. Küresel koordinatlarda bu son bağıntı

$$\nabla \times \vec{V} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{e}_r & r\mathbf{e}_\theta & (r \sin \theta)\mathbf{e}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ V_r & rV_\theta & (r \sin \theta)V_\phi \end{vmatrix} = 0$$

veya

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \left\{ \mathbf{e}_r \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (rV_\phi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} (rV_\theta) \right] - r\mathbf{e}_\theta \left[\frac{\partial}{\partial r} (rV_\phi \sin \theta) - \frac{\partial V_r}{\partial \phi} \right] \right. \\ \left. + (r \sin \theta) \mathbf{e}_\phi \left[\frac{\partial}{\partial r} (rV_\theta) - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

şeklinde olup, burada e_r , e_θ ve e_ϕ sırasıyla r , θ ve ϕ doğrultusundaki birim vektörleridir. Eksenel simetrik konik akım şartları kullanılarak bu denklem

$$V_\theta = \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \quad (2)$$

şeklinde son derece basit bir hale gelir. Bu son denklem konik akım için irrotasyonellik şartı olarak da ifade edilebilir.

Akım irrotasyonel olduğundan Euler denklemi herhangi bir doğrultuda tatbik edilebilir:

$$dp = -\rho V dV$$

Bu bağıntıda bileşke hız yerine hız bileşenleri cinsinden

$$V^2 = V_r^2 + V_\theta^2 \quad (3)$$

yazılarak

$$dp = -\rho(V_r dV_r + V_\theta dV_\theta)$$

ve izantropik akımlar için

$$\frac{dp}{d\rho} \equiv \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s = a^2$$

olduğu hatırlanarak

$$\frac{dp}{\rho} = -\frac{1}{a^2}(V_r dV_r + V_\theta dV_\theta) \quad (4)$$

elde edilir.

Diğer taraftan sabit depo şartlarında teorik olarak elde edilebilecek bir maksimum hız V_{max} tarif edilerek (hız maksimum olduğunda akımın teorik olarak sıfır sıcaklığa genişlediği ve böylece $h=0$ olduğu varsayılmaktadır) enerji denklemi

$$h_0 = Sb = h + \frac{V^2}{2} = \frac{V_{max}^2}{2}$$

veya yeni bir düzenleme ile

$$a^2 = \frac{(\gamma - 1)}{2} \cdot (V_{max}^2 - V^2) = \frac{(\gamma - 1)}{2} \cdot (V_{max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntı (4) bağıntısında kullanılarak Euler denkleminin konik akımlara uygun bir şekli elde edilir.

$$\frac{dp}{\rho} = -\frac{2}{\gamma - 1} \left[\frac{V_r dV_r + V_\theta dV_\theta}{V_{max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2} \right] \quad (5)$$

(1), (2) ve (5) denklemleri ρ , V_r ve V_θ bağımlı değişkenleri için yazılmış üç denklem olup, aksel simetrik konik akım şartları nedeniyle bu denklemlerdeki değişkenlerden sadece θ bağımsız bir değişkendir. Bu nedenle denklemlerindeki türevler adi türev olarak değerlendirilebilir. Bu durumda (1) denklemi

$$2V_r + V_\theta \cot \theta + \frac{dV_\theta}{d\theta} + \frac{V_\theta}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\theta} = 0$$

ve (5) denklemi de

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{2\rho}{\gamma-1} \left[\frac{V_r \frac{dV_r}{d\theta} + V_\theta \frac{dV_\theta}{d\theta}}{V_{max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2} \right]$$

şeklinde düzenlenerek ve bu sonucu bağıntı bir öncekinde kullanılarak

$$2V_r + V_\theta \cot \theta + \frac{dV_\theta}{d\theta} - \frac{2V_\theta}{\gamma-1} \left[\frac{V_r \frac{dV_r}{d\theta} + V_\theta \frac{dV_\theta}{d\theta}}{V_{max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2} \right] = 0$$

veya yeni bir düzenleme ile

$$\frac{\gamma-1}{2} (V_{max}^2 - V_r^2 - V_\theta^2) \cdot \left(2V_r + V_\theta \cot \theta + \frac{dV_\theta}{d\theta} \right) - V_\theta \left(V_r \frac{dV_r}{d\theta} + V_\theta \frac{dV_\theta}{d\theta} \right) = 0$$

elde edilir. Ayrıca (2) bağıntısı bir defa türetilerek

$$\frac{dV_\theta}{d\theta} = \frac{d^2V_r}{d\theta^2}$$

şekline getirilip son denklemden kullanılarak

$$\begin{aligned} \frac{\gamma-1}{2} \left[V_{max}^2 - V_r^2 - \left(\frac{dV_r}{d\theta} \right)^2 \right] \cdot \left(2V_r + \frac{dV_r}{d\theta} \cot \theta + \frac{d^2V_r}{d\theta^2} \right) \\ - \frac{dV_r}{d\theta} \left(V_r \frac{dV_r}{d\theta} + \frac{dV_r}{d\theta} \cdot \frac{d^2V_r}{d\theta^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

bulunur. Bu denlem konik akımlar için Taylor-Maccoll denklemi olarak bilinir. Sadece $V_r = f(\theta)$ değişkenine bağlı bir adi diferansiyel denklemdir. Çözümü bir kez elde edilirse V_q büyüklüğünün de (2) denklemi yardımıyla elde edilmesi mümkün olur.

(6) denklemi ancak nümerik olarak çözülebilir. Nümerik çözümü kolaylaştırmak açısından

$$\bar{V} = \frac{V}{V_{max}}$$

şeklinde bir tanımlama yapılarak bu denklem

$$\frac{\gamma-1}{2} \left[1 - \bar{V}_r^2 - \left(\frac{d\bar{V}_r}{d\theta} \right)^2 \right] \cdot \left(2\bar{V}_r + \frac{d\bar{V}_r}{d\theta} \cot \theta + \frac{d^2\bar{V}_r}{d\theta^2} \right)$$

$$-\frac{d\bar{V}_r}{d\theta} \left(\bar{V}_r \frac{d\bar{V}_r}{d\theta} + \frac{d\bar{V}_r}{d\theta} \cdot \frac{d^2\bar{V}_r}{d\theta^2} \right) = 0 \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki \bar{V} boyutsuz hızı sadece Mach sayısının fonksiyonudur. Bunu daha açık bir şekilde görmek için enerji denklemi düzenlenerek

$$h + \frac{V^2}{2} = \frac{V_{max}^2}{2} \rightarrow \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{V^2}{2} = \frac{V_{max}^2}{2}$$

$$\frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{a}{V} \right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{V_{max}^2}{V^2} \right) \rightarrow \frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{M} \right)^2 + 1 = \left(\frac{V_{max}}{V} \right)^2$$

$$\frac{V_{max}}{V} \equiv \bar{V} = \left[\frac{2}{(\gamma - 1) M^2} + 1 \right]^{-1/2} \quad (8)$$

elde edilir.

4- Taylor Maccoll Denkleminin Sayısal Çözüm Tekniği:

Konik akım için elde edilen Taylor-Maccoll denkleminin çözümü için literatürde iki farklı yol önerilmiştir.

a) Ters (Invers) Yöntem:

Anderson [1] tarafından önerilen bu yöntemde θ_s şok açısı problemin verisi olarak kabul edilir ve seçilen bir M_∞ serbest akım Mach sayısında bu şoku yaratacak koni tepe açısı θ_c aranır. Yöntemin aşamaları şu şekilde sıralanabilir:

- Verilen şok açısı ve seçilen serbest akım Mach sayısı iki-boyutlu eğik şok bağıntılarında kullanılarak şokun gerisindeki M_2 Mach sayısı ve akımdaki δ sapma açısı

$$\tan \delta = 2 \cdot \cot \beta \cdot \frac{M_1^2 \cdot \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 \cdot (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (9)$$

$$M_{n1} = M_1 \cdot \sin \beta \quad (10a)$$

$$M_{n2}^2 = \frac{M_{n1}^2 + 2/(\gamma - 1)}{M_{n1}^2 \cdot 2\gamma/(\gamma - 1) - 1} \quad (10b)$$

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\beta - \delta)} \quad (10c)$$

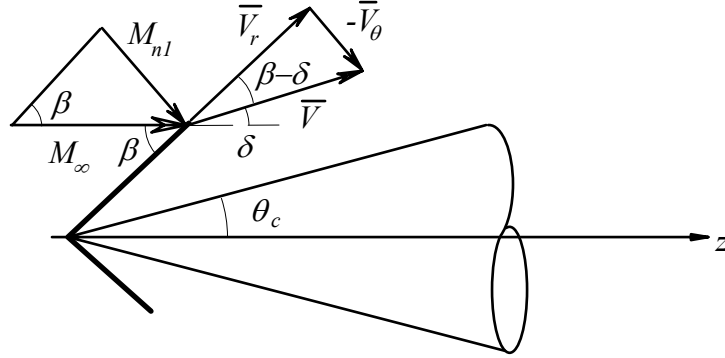
şeklinde hesaplanır. Bulunan bu değerler akım geometrisinde kullanılarak (Şekil 3) şokun gerisindeki bileşke hız ile hızın radyal ve normal bileşenleri

$$\bar{V} = \left[\frac{2}{(\gamma - 1) M_2^2} + 1 \right]^{-1/2} \quad (11a)$$

$$\bar{V}_r = \bar{V} \cdot \cos(\beta - \delta) \quad (11b)$$

$$\bar{V}_\theta = \bar{V} \cdot \sin(\beta - \delta) \quad (11c)$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 3: Şoku geçen akımın geometrisi

- Bulunan radyal hız bileşeni başlangıç şartı olmak üzere, verilen şok açısından itibaren θ açısı küçük adımlarla küçültülerek Taylor-Maccoll denklemi nümerik olarak çözülür ve bu işlemler normal hız bileşeni sıfır oluncaya kadar sürdürülür.

- Normal hızın sıfır olduğu durumdaki θ açısı, verilen serbest akım Mach sayısında, verilen eğimdeki şoku yaratan koninin yarı-tepe açısı olacaktır. Ancak genellikle bulunan bu koni açısı uygulamada ilgilenilen asıl koni açısıyla aynı olmayıp, aynı şok açısında serbest akım Mach sayısını değiştirerek bu hesapların istenilen koni açısı elde edilinceye kadar iteratif olarak tekrar edilmesi veya bir çok çözüm bir grafik üzerinde birleştirilerek grafikler yardımıyla çözüme ulaşılması gerekir.

b) Direkt yöntem [2,3]:

Bu yöntemde koni açısı problemin verisi olarak alınır ve verilen bir serbest akım Mach sayısında oluşacak şokun açısı aranır. Yöntemin aşamaları şu şekildedir:

- Koni yüzeyi üzerinde teğetsel hız için bir değer seçilip normal hız sıfır kabul edilir. Bu başlangıç şartlarıyla θ açısı küçük adımlarla değiştirilerek Taylor-Maccoll denklemi nümerik olarak çözülür.

- θ açısının her değerinde bulunan teğetsel ve radyal hızlardan akımdaki sapma, bileşke hız ve buna karşılık gelen Mach sayısı

$$\delta = \theta + \tan^{-1} \left(\frac{\bar{V}_\theta}{\bar{V}_r} \right) \quad (12a)$$

$$\bar{V} = \bar{V}_r^2 + \bar{V}_\theta^2 \quad (12b)$$

$$M_2^2 = \frac{2/(\gamma-1) \cdot \bar{V}^2}{1 - \bar{V}^2} \quad (12c)$$

şeklinde hesaplanır. Aynı zamanda θ açısı şok açısı gibi kabul edilerek iki-boyutlu eğik şok bağıntıları yardımıyla serbest akım Mach sayısı ve şok gerisindeki Mach sayısı

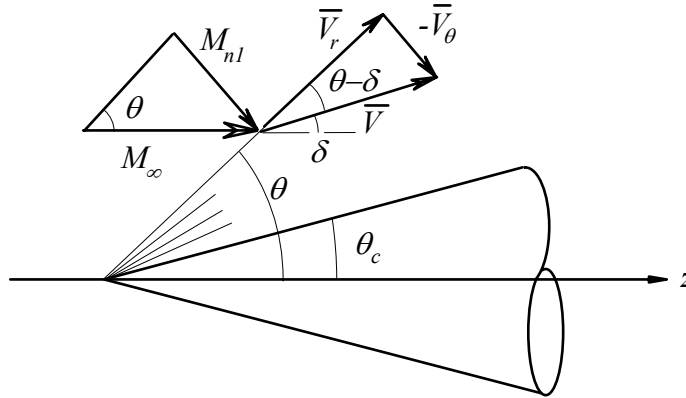
$$M_1^2 = \frac{2 \cdot [1 + \tan \theta \cdot \tan \delta]}{2 \cdot \sin^2 \theta - (\gamma + \cos 2\theta) \cdot \tan \theta \cdot \tan \delta} \quad (13)$$

$$M_{n1} = M_1 \cdot \sin \theta \quad (14a)$$

$$M_{n2}^2 = \frac{M_{n1}^2 + 2/(\gamma-1)}{M_{n1}^2 \cdot 2\gamma/(\gamma-1) - 1} \quad (14b)$$

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\theta - \delta)} \quad (14c)$$

şeklinde hesaplanır.



Şekil 4: Direkt yöntem

- θ nın her değerinde şok gerisindeki Mach sayısı için iki-boyutlu eğik-şok hesabından ve Taylor-Maccoll denkleminin çözümünden bulunan Mach sayıları karşılaştırılır. Bu iki Mach sayısının eşit olduğu θ açısı verilen şartlarda (koni açısı, serbest akım Mach sayısı ve koni yüzeyindeki teğetsel hız) meydana gelecek şokun eğim açısı olacaktır.

Ancak bu suretle bulunan şok açısı genellikle ilgilenilen şok açısından farklı olacağından sözü edilen bütün bu işlemlerin koni yüzeyindeki teğetsel hızın farklı değerleri için, istenilen şok açısına erişilinceye kadar iteratif olarak tekrar edilmesi veya klasik çalışmalarda olduğu gibi çeşitli çözümler bir grafik üzerinde yerleştirilerek çözümün grafik üzerinde aranması gerekir.

5. Sıfır Hücum Açılı Koni Üzerindeki Eğik Şok Açısından Hareketle Süpersonik Akım Mach Sayısının Tespiti:

Süpersonik rüzgar tüneline sıfır hücum açısıyla yerleştirilmiş bir koni üzerinde oluşan eğik şok bir *Schlieren donanımı* ile görünür hale getirilip fotoğrafı alınarak eğim açısı tespit edildiği takdirde, koninin tepe açısıyla şok açısından yararlanarak serbest akımın Mach sayısı hesaplanabilir.

Bu amaçla iteratif iki bilgisayar kodu geliştirilmiştir. Kodlardan birisi (CONE1.FOR) Taylor-Maccoll denklemini invers modda çözerken diğeri (CONE2.FOR) direkt modda çözmektedir.

a) Invers Yöntem:

Invers yöntem kullanan bilgisayar kodunda (CONE1.FOR) ana program verilen şok açısında (BETA_SHOCK) serbest akım Mach sayısı için seçilen bir ilk değerden itibaren (M1=10 gibi) bir iterasyon dahilinde çeşitli değerler alarak şok gerisindeki akım şartlarını (Akımdaki sapma, Mach sayısı, hız, radyal ve teğetsel hızlar gibi) hesaplamakta, bu ilk şartlardan hareketle Taylor-Maccoll denkleminin çözümünün invers modda yapıldığı MACCOLL alt programından gelen koni yarı-tepe açısını verilen koni açısıyla karşılaştırmaktadır. Gerekli yakınsama sağlanıncaya kadar iterasyonu devam ettirmektedir.

MACCOLL alt programı ana programdan gelen radyal ve teğetsel hız bileşenleriyle şok açısı başlangıç şartları olmak üzere açıları küçük adımlarla azaltarak Taylor-Maccoll denklemini çözmekte, normal hız bileşeninin sıfır olduğu açıyı koni açısı olarak ana programa göndermektedir.

Her θ adımında Taylor-Maccoll denklemi dördüncü dereceden Runge-Kutta-Gill yöntemini uygulayan bir alt program (RKTGIL) vasıtasıyla çözülmektedir. Bu amaçla (7) Taylor-Maccoll denklemi

$$f = \bar{V}_r \quad \text{ve} \quad f' = \frac{df}{d\theta} = \frac{d\bar{V}_r}{d\theta}$$

olmak üzere

$$f'' = \frac{\frac{2}{\gamma-1} \cdot f f'^2 - (1-f^2-f'^2) \cdot (2f + f' \cot \theta)}{1-f^2 - \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \cdot f'^2} \quad (15)$$

şeklinde yazılmıştır.

Yöntemin uygulanmasında önemli bir kritik nokta iterasyon yakınsamaya başladığı sırada ortaya çıkmaktadır. Şayet serbest akımın Mach sayısı verilen bir koni açısında verilen şok açısı için gereken Mach sayısından daha küçük olursa eğik şok denklemi şok gerisindeki sapma açısını negatif değerli vermekte bu da çözümün ilerlemesini engellemektedir. Bu bakımdan iterasyona yüksek bir Mach sayısından itibaren

başlayıp Mach sayısını iterasyon boyunca, hiçbir zaman çözüm sonucu ulaşılabacak Mach sayısından daha küçük olmayacak şekilde küçültmek gerekmektedir.

b) Direkt Yöntem:

Direkt modda çözüm yapan kodda ana program, verilen koni yarı-tepe-açısına (TETA_CONE) karşılık koni yüzeyi üzerinde boyutsuz teğetsel hız (UBAR0) için başlangıç değeri yüksek bir değer (0.96-0.97 gibi) olmak üzere bir iterasyon dahilinde çeşitli değerler alarak her defasında MACCOLL isimli alt programla hesaplanan şok açısını (TETA) verilen şok açısıyla (BETA_SHOCK) karşılaştırmakta, eşitlik sağlanıncaya kadar bu iteratif işlemi devam ettirmektedir.

MACCOLL alt programı ana programdan gelen koni açısıyla (TETA_CONE) boyutsuz teğetsel hız değerlerini (UBAR) ve koni üzerinde sıfır normal hız şartını (VBAR=0) başlangıç değerleri olarak alıp TETA açısını arttırarak Taylor-Maccoll denklemini çözmektedir.

Her TETA adımında çözüm invers yöntemde olduğu gibi dördüncü dereceden Runge-Kutta-Gill yöntemi kullanan RKTGIL alt programı vasıtasıyla gerçekleştirilmektedir.

Bu yöntem için de bir kritik durum söz konusu olup, iterasyonun başlangıcında eğik şok açısı olarak kabul edilen açı koni açısına çok yakın olduğundan iki-boyutlu eğik şok denklemi çözüm vermemekte, ancak θ açısı makul bir değere geldikten sonra çözüm vermeye başlamaktadır.

6. Örnek Uygulama ve Sonuç:

Her iki bilgisayar kodu ITÜ 15×15 cm kesitli trisonik rüzgar tüneline yapılmış bir deney için uygulanarak deney sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Deneysel çalışmada, yarı-tepe açısı 7.5 derece olan bir koni rüzgar tüneline deney odasına sıfır hücum açısında yerleştirilmiş ve deney sırasında Schlieren görüntüsü fotografa alınmıştır (Şekil 5). Oluşan konik-eğik şokun açısı 20 derece olarak ölçülmüştür.

Şekil 5: Schlieren fotoğrafı

Tablo 1: Invers yöntemin (CONE1.FOR) iterasyon sonuçları

Koni yarıtepe Açısı = 7.50 Şok açısı = 20.00

ITER	M1	DELTA	VBAR	TETA	FARK
1	9.000000	14.705380	0.001853	17.200000	-9.700000
2	8.000000	14.222739	0.003049	16.900000	-9.400000
3	7.000000	13.520257	0.000311	16.600000	-9.100000
4	6.000000	12.441804	0.000157	16.000000	-8.500000
5	5.000000	10.665388	0.002136	14.900000	-7.400000
6	4.000000	7.444220	0.000678	12.900000	-5.400000
7	3.000000	0.773337	0.000091	6.200000	1.300000
8	3.666667	5.774096	0.000744	11.700000	-4.200000
9	3.333333	3.615596	0.000685	9.900000	-2.400000
10	3.000000	0.773340	0.000091	6.200000	1.300000
11	3.222222	2.756105	0.001845	9.000000	-1.500000
12	3.111111	1.812175	0.001193	7.900000	-0.400000
13	3.000000	0.773337	0.000091	6.200000	1.300000
14	3.074074	1.476997	0.001879	7.400000	0.100000

Deney sırasında dinlenme odası ve deney odası duvar basınçları yardımıyla hesaplanan Mach sayısının $3.075 - 3.081$ arasında değiştiği tespit edilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programlarının çıktıları ise Tablo 1 ve 2 de sunulmuş olup, görüldüğü gibi hesaplanan serbest akım Mach sayısı 3.074 civarındadır.

Tablo 2: Direkt yöntemin (CONE2.FOR) iterasyon sonuçları

Koni yarıtepe Açısı = 7.50 Şok açısı = 20.00

ITER	UBAR	TETA	M1	FARK
1	0.960000	10.100000	9.391008	9.900000
2	0.860000	15.800000	4.093287	4.200000
3	0.760000	21.900000	2.782992	-1.900000
4	0.770000	21.300000	2.864368	-1.300000
5	0.780000	20.600000	2.975214	-0.600000
6	0.790000	20.000000	3.072792	0.000000

Sonuç son derece tatminkar olup, ITÜ Trisonik rüzgar tüneli deney odasındaki serbest akım Mach sayısının tespitinde kullanılan yöntemin hayli hassas olduğunu göstermektedir.

Kaynaklar

[1] Anderson, J.D., Modern compressible flow, with historical perspective, Second edition, McGraw-Hill Publishing Company, 1990.

[2] Dailey, C.L., Wood, F.C., Computation curves for compressible fluid problems, John Wiley & Sons, Inc, 1949.

[3] Shapiro, A.H., The dynamics and thermodynamics of compressible flow, Vol.II, The Ronald Press Company, 1954.