

## Taşıyıcı Kanatlar için

## Basitleştirilmiş Girdap Kafes Yöntemi

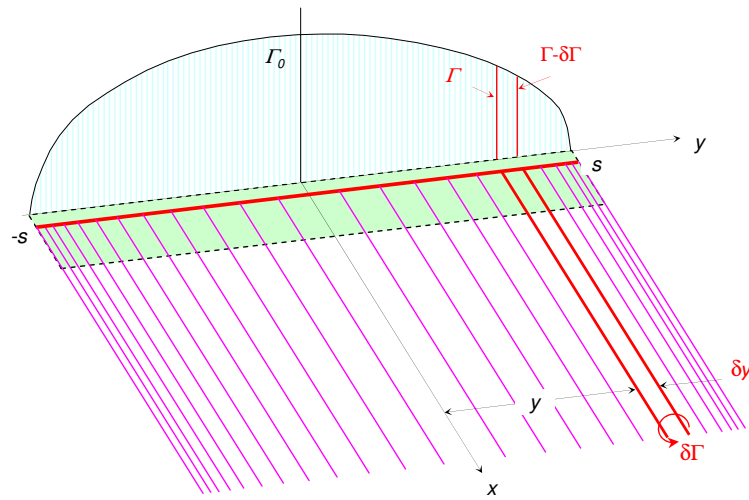
veya

## Weissinger'in Nümerik Taşıyıcı Çizgi Yöntemi

UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

1

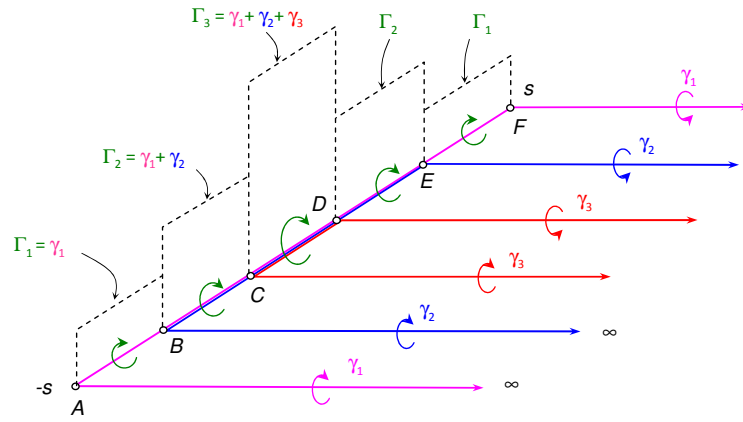
## Prandtl taşıyıcı çizgi modeli İççe atnalı girdaplarıyla yer değiştirmiş kanat



UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

2

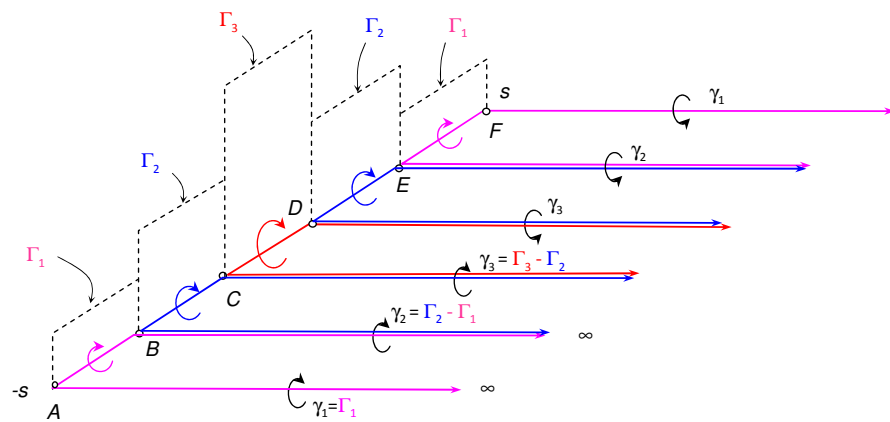
## Prandtl taşıyıcı çizgi modeli İç içe atnalı girdaplarıyla yer değiştirmiş kanat



UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

3

## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Yan yana atnalı girdaplarıyla yer değiştirmiş kanat

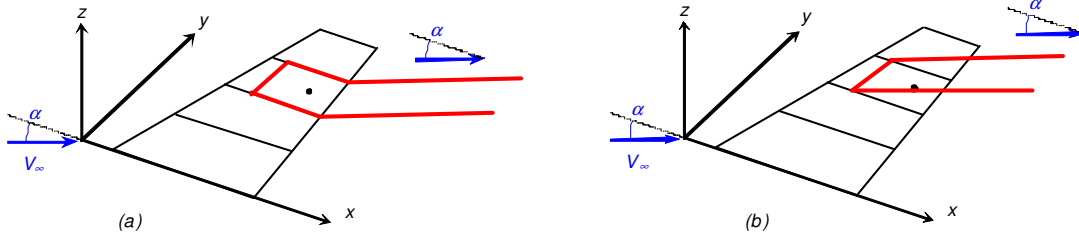


UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

4

## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli

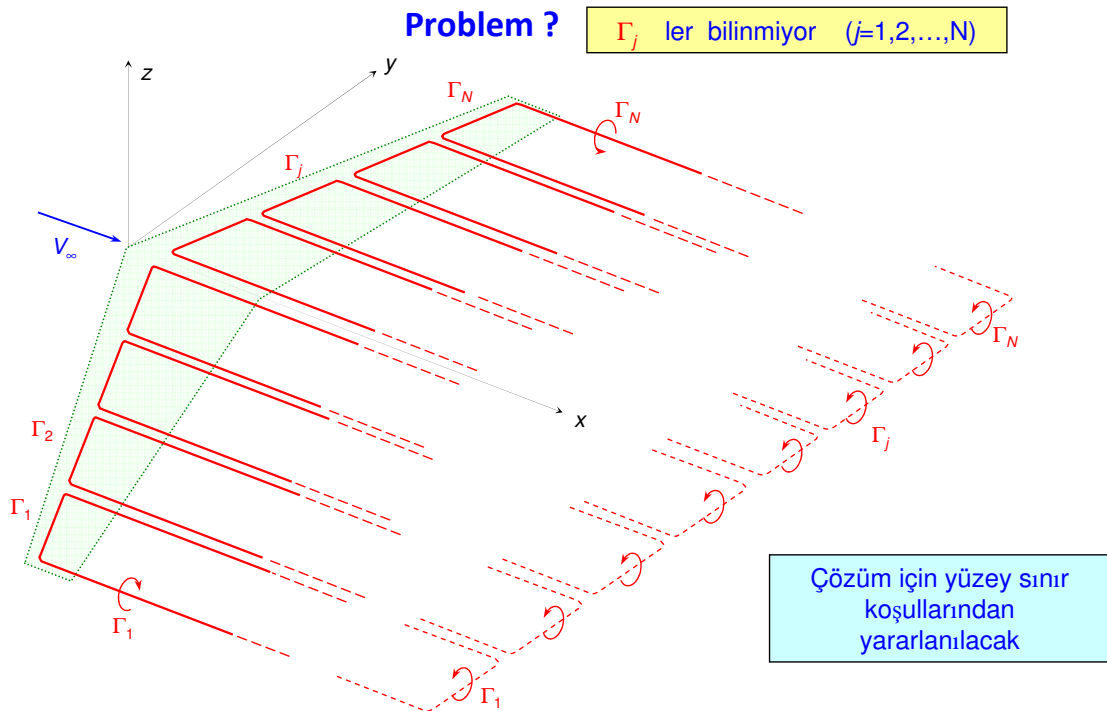
### Yan yana atnalı girdaplarıyla yer değiştirmiş kanat



UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

5

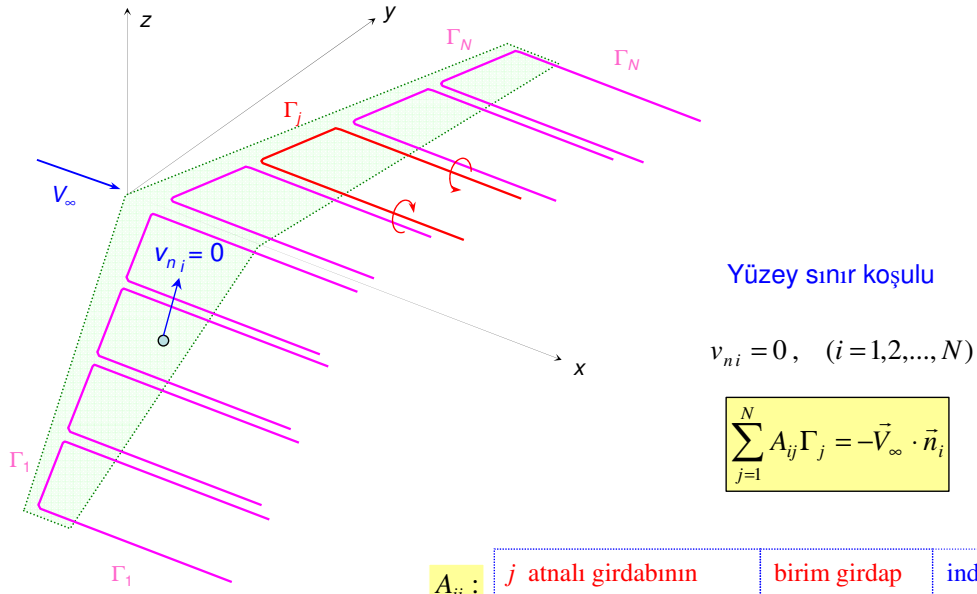
## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli



UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

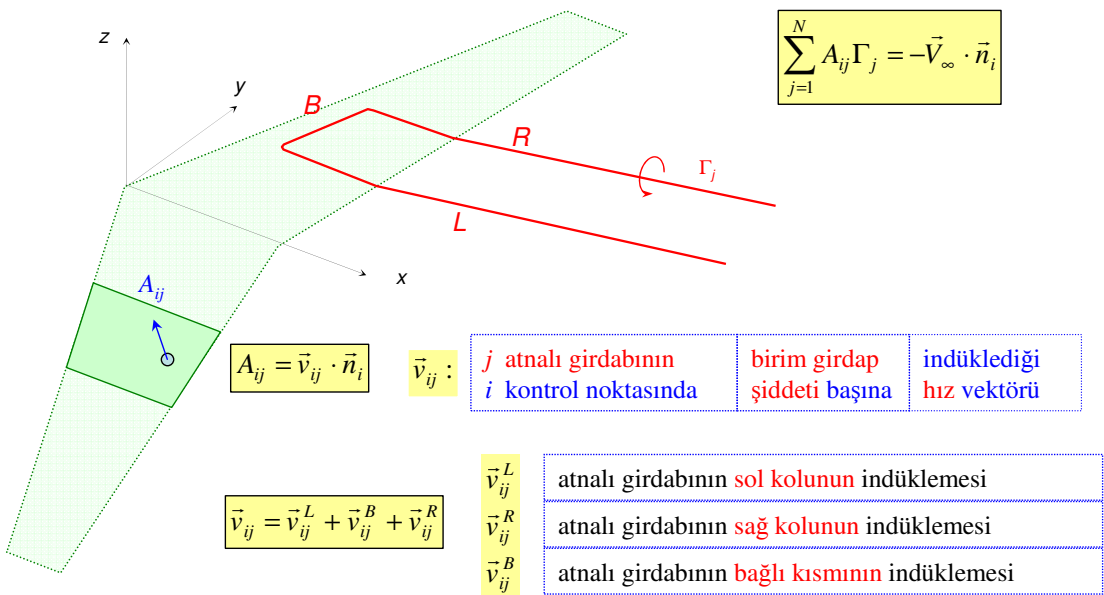
6

## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Yüzey sınır koşulunun uygulanması



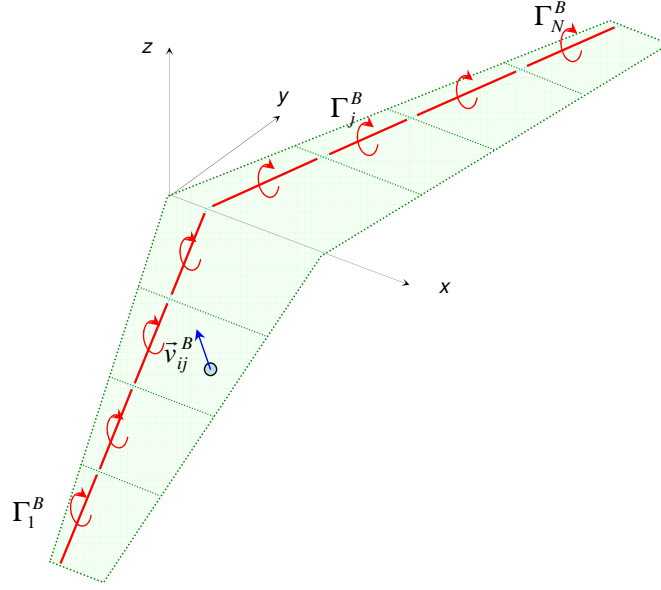
$A_{ij}$ :	$j$ atnalı girdabının $i$ kontrol noktasında	birim girdap şiddeti başına	indüklediği dikey hız
------------	---	--------------------------------	--------------------------

## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Atnalı girdabının indüklemesi



## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Atnalı girdaplarının indüklemelerinin hesaplanması

1 - Önce bütün bağlı girdapların indüklemelerini hesapla

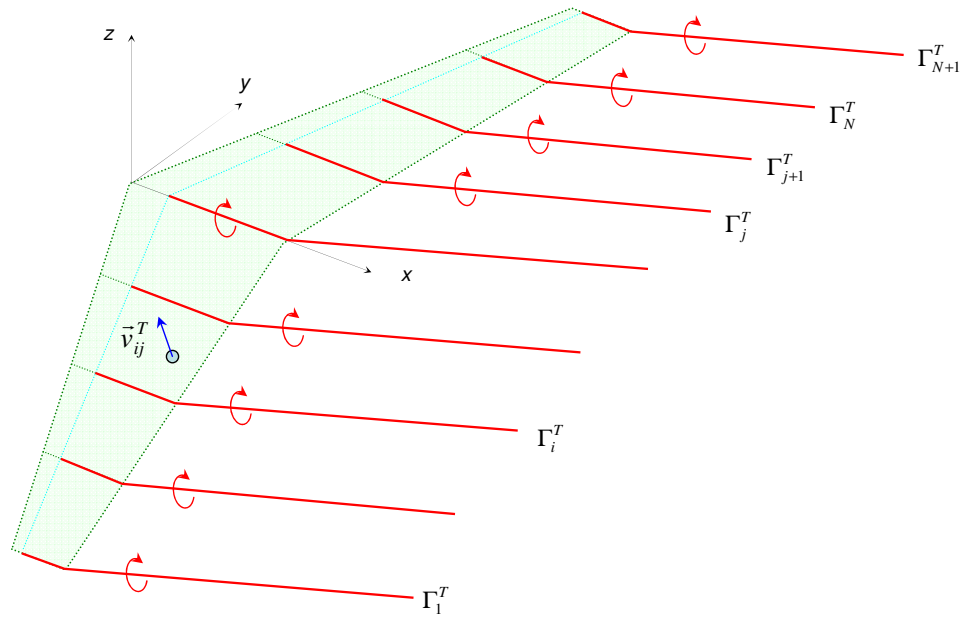


UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

9

## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Atnalı girdaplarının indüklemelerinin hesaplanması

2 - Tüm kaçma girdaplarının indüklemelerini hesapla (Hepsi saat ibreleri yönünde olmak üzere)

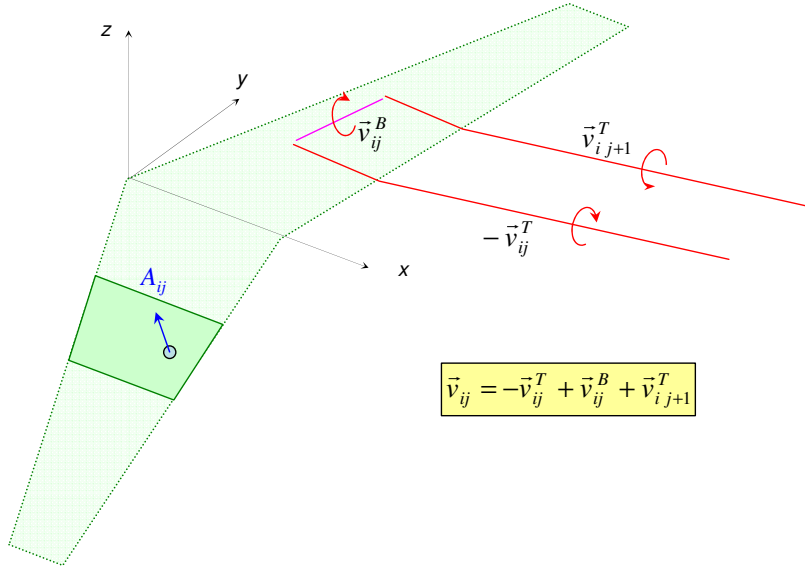


UCK419 Hesaplamalı  
Aerodinamik (MAY)

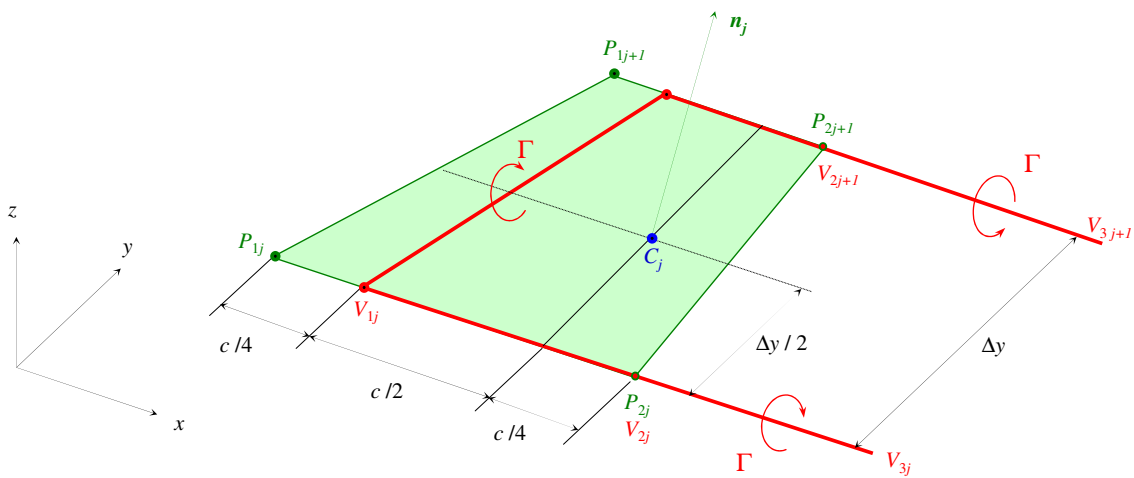
10

## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Atnalı girdabının indüklemesi

3 - Kaçma girdaplarının ve bağlı girdapların indüklemelerini birleştir.



## Nümerik taşıyıcı çizgi modeli Panel özellikleri



## Bir doğrusal girdap parçasının indüklemesi

$$\Delta \vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

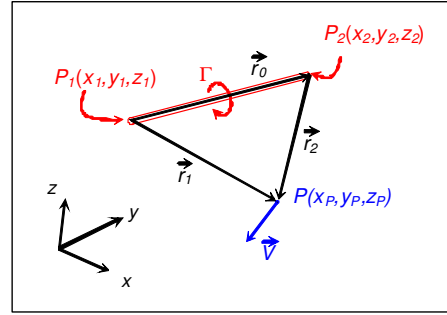
1-  $\vec{r}_1 \times \vec{r}_2$  vektörel çarpımının ve mutlak değerinin hesaplanması:

$$\begin{aligned} x_{P1} &= x_P - x_1, & y_{P1} &= y_P - y_1, & z_{P1} &= z_P - z_1 \\ x_{P2} &= x_P - x_2, & y_{P2} &= y_P - y_2, & z_{P2} &= z_P - z_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= x_{P1} \vec{i} + y_{P1} \vec{j} + z_{P1} \vec{k} \\ \vec{r}_2 &= x_{P2} \vec{i} + y_{P2} \vec{j} + z_{P2} \vec{k} \end{aligned}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_{P1} & y_{P1} & z_{P1} \\ x_{P2} & y_{P2} & z_{P2} \end{vmatrix} = x_v \vec{i} + y_v \vec{j} + z_v \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} x_v &= y_{P1} z_{P2} - z_{P1} y_{P2} \\ y_v &= z_{P1} x_{P2} - x_{P1} z_{P2} \\ z_v &= x_{P1} y_{P2} - y_{P1} x_{P2} \end{aligned}$$

$$|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2| = \Delta_v = \sqrt{(x_v)^2 + (y_v)^2 + (z_v)^2}$$



## Bir doğrusal girdap parçasının indüklemesi

$$\Delta \vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

2-  $r_1$  ve  $r_2$  uzaklıklarının hesaplanması:

$$\begin{aligned} |\vec{r}_1| &= \Delta_1 = \sqrt{(x_{P1})^2 + (y_{P1})^2 + (z_{P1})^2} \\ |\vec{r}_2| &= \Delta_2 = \sqrt{(x_{P2})^2 + (y_{P2})^2 + (z_{P2})^2} \end{aligned}$$

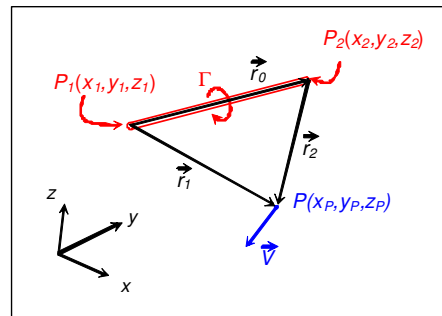
3- Skaler çarpımların hesaplanması:

$$\vec{r}_0 = x_{12} \vec{i} + y_{12} \vec{j} + z_{12} \vec{k}, \quad x_{12} = x_2 - x_1, \quad y_{12} = y_2 - y_1, \quad z_{12} = z_2 - z_1$$

$$s = \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right) = \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} = s_{01} - s_{02}$$

$$s_{01} = \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} = \frac{x_{12} x_{P1} + y_{12} y_{P1} + z_{12} z_{P1}}{\Delta_1}$$

$$s_{02} = \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} = \frac{x_{12} x_{P2} + y_{12} y_{P2} + z_{12} z_{P2}}{\Delta_2}$$



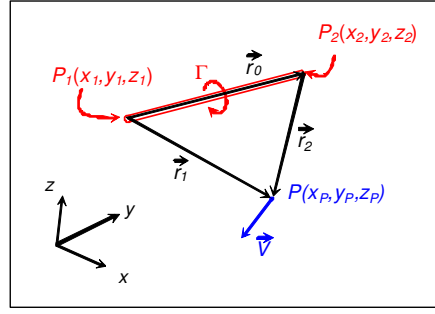
## Bir doğrusal girdap parçasının indüklemesi

$$\Delta \vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left( \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right)$$

4- Sonuç olarak indüklenen hız

$$\Delta \vec{V}_{12} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}$$

$$u = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{x_v s}{(\Delta_v)^2}, \quad v = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{y_v s}{(\Delta_v)^2}, \quad w = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{z_v s}{(\Delta_v)^2},$$



**UYARI:** P noktası girdap çizgisinin üzerinde ise

$$r_1 < \varepsilon, \quad r_2 < \varepsilon, \quad |\vec{r}_1 \times \vec{r}_2| < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad u = v = w = 0$$