

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bv \\ y = cx \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad c = [-2 \quad 1]$$

Eigen values $\lambda_1 = -1$ $\lambda_2 = 2$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$M(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} & e^{2t} \\ -e^{-t} & 2e^{2t} \end{bmatrix} \quad M(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\phi(t) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2e^{-t} + e^{2t} & -e^{-t} + e^{2t} \\ -2e^{-t} + 2e^{2t} & e^{-t} + 2e^{2t} \end{bmatrix}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = ?$$

$$x(t) = \phi(t) \cdot x(0) + \chi_p(t) - \phi(t) \cdot \chi_p(0)$$

$$\hookrightarrow y(t) = c \cdot \phi(t) \cdot x(0) + c \chi_p(t) - c \phi(t) \cdot \chi_p(0)$$

$$[-2 \quad 1] \cdot \phi(t) \cdot \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4e^{-t} - 2e^{2t} & -2e^{-t} + 2e^{2t} & 2e^{-t} - 2e^{2t} + e^{-t} + 2e^{2t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -6e^{-t} & 3e^{-t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{pmatrix}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rightarrow ?$$

system internal unstable but BIBO stable !!