# Makina Elemanlarının Sürekli Mukavemete Göre Hesabı

Vedat Temiz

# Giriş

- Makina elemanları genellikle dinamik zorlanmalar etkisindedir. Gerilmenin büyüklüğü zamanla değişir.
- Dinamik zorlanmalar sadece kuvvetin değişken olduğu durumlarda ortaya çıkmaz.
- Dönen millerde kuvvet sabit olsa dahi değişken zorlanmalar meydana gelir.
- Bu zorlanmalara maruz makina elemanları, akma dayanımlarının çok altındaki gerilmeler altında zaman içinde hasara uğrarlar

# Giriş

- Değişken zorlanmalar altında makina elemanlarında meydana gelen bu hasar “yorulma” olarak adlandırılır.
- Yorulmada nihai hasar, malzeme içinde oluşan küçük mikro çatlakların, değişken zorlanmalar neticesinde zamanla ilerleyerek büyümesi sonucunda ortaya çıkar.
- Bu olay daha ziyade metalsel malzemelerde gözlenir.
- Makina elemanlarında yer alan çeşitli süreksizlikler (kama yuvası, fatura, vida dişi, pim deliği, segman yuvası vb. gibi) yorulma hasarını hızlandırıcı etki yaparlar.

# Yorulmaya etki eden faktörler

1) ***Gerilme hali:*** gerilme genliği, ortalama gerilme, iki eksenli gerilme halinin varlığı, kayma gerilmeleri vb.
2) ***Geometri:*** Yorulma çatlağını başlatabilecek ve gerilme yığılmalarına neden olan süreksizlerin varlığı
3) ***Malzeme türü:*** Yorulma ömrü malzeme türüne göre büyük değişiklikler gösterebilir.
4) ***Artık gerilmeler:*** Kaynak, döküm vb. işlemler sonunda oluşan artık gerilmeler yorulma ömrünü azaltır.
5) ***İç kusurların boyutları ve dağılımı:*** Örneğin döküm sonrası oluşan boşluklar yorulma ömrünü çok azaltır.
6) ***Yükleme doğrultusu***: İzotrop olmayan malzemeler için önemlidir.
7) ***Tane büyüklüğü:*** Pek çok metal için küçük tane büyüklüğü uzun yorulma ömrü anlamına gelir.
8) ***Çevre:*** Gaz ortamı, korozyon, erozyon vb. gibi çevre şartları yorulma ömrünü çok etkiler
9) ***Sıcaklık:*** Çok yüksek veya çok düşük sıcaklıklar yorulma ömrünü azalt

# Yorulma hasar örnekleri

- Bir pinyon milindeki tipik yorulma hasarı

# Yorulma hasar örnekleri

- Bir krank milindeki tipik yorulma hasarı

# Yorulma hasar örnekleri

- Büyük boyutlu bir cıvata bağlantısında yorulma hasarı

# Yorulma hasar örnekleri

a) Eğilmeye maruz bir eksantrik kırıcıdaki yorulma hasarı
b) Çok küçük yuvarlatma sonucu bir iticide oluşan yorulma kırığı
c) Burulma çubuğunda oluşan yorulma kırığı

# Yorulma hasarı tablosu

# Gerilmelerin sınıflandırılması

Gerilme genliği

Ortalama gerilme

Alt gerilme

Üst gerilme

Tarif:

$$x = \frac{\sigma_a}{\sigma_ü}$$

X>0 X=+1 X=0 X=-1

# Wöhler Eğrileri

- Yorulma konusundaki ilk testler 1866 yılında **August Wöhler** (1819-1914) tarafından vagon aksları üzerinde yapılmıştır.
- Wöhler eğrileri belirli bir ortalama gerilme için, gerilme genliği ile yük tekrar sayısı arasında çizilmiştir.
- Aşağıdaki örnek gevrek bir alüminyum içindir.

# Wöhler eğrisi

- Wöhler eğrisinin zaman mukavemeti bölgesinde ömür zamanla sınırlıdır.
- Belirli bir noktadan sonra şekilde gösterilen $\sigma_D$ değeri aşılmadığı takdirde malzemenin pratik olarak sonsuz ömre sahip olduğu söylenir.
- Bu gerilme değeri yorulma sınırı olarak adlandırılır.
- Bu ifadelerin Wöhler eğrilerinin çıkarıldığı deney numuneleri için geçerli olduğu unutulmamalıdır.

# Wöhler eğrisi

- Wöhler eğrisi logaritmik skalada çizilirse anlaşılması daha kolay bir hale gelir.

Bu eğride hem tam değişken, hem de titreşimli zorlanma için olan eğriler aynı diyagramda gösterilmiştir. Çelikler için sürekli mukavemeti temsil eden yük tekrar sayısı **$10^7$** olarak kabul edilir. Hafif metaller için bu değer **$10^8$** dir.

# Wöhler Eğrileri

- Aşağıdakine benzer Wöhler eğrileri tek bir malzeme ve tek bir ortalama gerilme için elde edilirler.
- Yapılan testlerde genelde 10 mm çaplı, üzeri parlatılmış ve çentiksiz deney çubukları kullanılır.
- Amerikan standardında ise “Dönel kiriş test sistemi” ve test için özel tasarlanmış bir numune kullanılır.
- Bir malzeme türü için bütün deney datalarının toplanıp, tek bir grafikte gösterilmesi hesaplama işlemini çok kolaylaştırır.

- Bu işlem için değişik yöntemler mevcuttur. Burada öncelikle Batı Avrupa ülkelerinde yaygın kabul gören Smith diyagramı kullanılacaktır.

# Smith Diyagramı

- Bu diyagramı oluşturmanın değişik yöntemleri mevcuttur.

1. Öncelikle yatay ekseni ortalama gerilmeyi ve düşey ekseni gerilme genliğini temsil eden bir eksen takımı çizilir.
2. Bu eksen takımına orijinden başlayan 45° lik bir doğru ilave edilir.
3. Tasarımcının elinde malzeme tablolarından elde edeceği akma dayanımı ($\sigma_{Ak}$) ve söz konusu zorlanma hali için tam değişken yorulma sınırı ($\sigma_D$) mevcuttur.
4. Düşey eksenden pozitif ve negatif yönde ($\sigma_D$) lik kısımla[illegible] işaretlenir.

# Smith Diyagramı

- Bu diyagramı oluşturmanın değişik yöntemleri mevcuttur.

5. Sürekli mukavemet eğrisinin üst eğrisinin ikinci noktası ise titreşimli zorlanmada yorulma sınırı kullanılarak bulunur.
6. Bu iki noktayı birleştiren doğru akma dayanımını temsil eden yatay doğruyu kesene kadar uzatılır.
7. Üst eğri yatay olarak uzatılır ve 45° lik doğruyu kestiği yerde bitirilir.
8. Kesikli çizginin 45° lik doğruya olan mesafesi altta ve üstte aynı olacak şekilde eğri tamamlanır.

# Smith Diyagramı

- Bu diyagramı oluşturmanın diğer yolu:

- Bir öncekine benzer şekilde düşey eksenden pozitif ve negatif yönde ($\sigma_D$) lik kısımlar işaretlenir
- + ($\sigma_D$) lik koordinattan başlayan doğru eğimi, çekme-basma zorlanması için $\alpha$=40°, eğilme zorlanması için $\alpha$=36° ve burulma zorlanması için $\alpha$=42° olacak şekilde çizilerek akma dayanımı doğrusuna kadar uzatılır.
- Buradan sonra eğri daha önce ifade edilen şekilde tamamlanır.
- Smith diyagramı standart deney çubuğunun herhangi bir ortalama gerilmedeki yorulma dayanımını göstermektedir.

# Smith Diyagramının Özellikleri

Makina elemanında meydana gelen nominal gerilme genliği

Yorulma deney numunesinin $\sigma_m$ ortalama gerilmesine karşılık gelen sınır gerilme genliği

# Smith Diyagramı

- Tasarımcılar mevcut malzemelere ait Smith diyagramlarını, çeşitli zorlanma halleri için ilgili literatürden hazır olarak temin edebilirler.
- Yandaki diyagram eğilme zorlanması için yapı çeliklerine aittir.

# Smith diyagramları

- Sementasyon çeliklerinin çekme-basma ve burulma zorlanmaları için Smith diyagramları

# Döner kiriş yorulma test sistemi

- Bazı standartlarda sadece aşağıda prensibi verilen test sonuçları kullanılır. Bu test sonuçları eğilme zorlanması için doğrudan kullanılırken, çekme-basma ve burulma zorlanmaları için test sonuçları uygun faktörlerle düzeltilir.

# Sürekli Mukavemeti Azaltan Etkiler

- Yorulma deneylerinde 10 mm çapında, üzeri parlatılmış ve çentiksiz deney çubukları kullanılır.
- Ayrıca testler laboratuvar ortamında gerçekleştirilir.
- Bu koşullardaki sapmalar doğal olarak yorulma dayanımını etkiler.
- Endüstriyel uygulamalarda kullanılan makina elemanlarının tam olarak bu geometride olması ve bu koşullarda çalışması pek mümkün değildir.
- Dolayısı ile test numunelerinden olan her sapma ayrı bir faktörlere dikkate alınarak hesaplar gerçekleştirilir.

# Sürekli Mukavemeti Azaltan Etkiler

- Yorulma sınırını etkileyen pek çok faktör olmakla birlikte, aşağıda sadece bunların en önemlileri listelenmiştir.

1. **Parça büyüklüğünün etkisi**
2. **Yüzey kalitesi**
3. **Çentik etkisi**
4. Sıcaklık etkisi
5. Güvenilirlik faktörü
6. Darbe etkisi….

Hesaplamalar açısından yukarıda sayılanların ilk üç tanesi zorunludur. Diğerleri ise uygulamaya olarak bağlı dikkate alınabilir.

# Parça büyüklüğünün etkisi

- Eğilme ve burulmada kesit üzerinde üniform olmayan bir gerilme yayılışı mevcuttur. Bu durumda farklı boyutlardaki makina elemanlarında gerilme gradyanı çok değişiklik gösterebilir.

Aynı gerilme altındaki parçalardan büyük olanında, yorulma çatlağının başlatacak bir süreksizliğin bulunma ihtimali daha büyüktür.
Dolayısı ile artan parça büyüklüğü yorulma dayanımını azaltır.

# Parça büyüklüğünün etkisi

- Parça büyüklüğü esas olarak bütün mukavemet değerlerini etkiler. Bu etki **$b_0$** ile ifade edilen ve sayısal değeri birden küçük olan bir faktör ile dikkate alınır.

| Çap, d[mm] | Boyut faktörü, $b_0$ |
|---|---|
| 10 | 1,00 |
| 15 | 0,98 |
| 20 | 0,95 |
| 30 | 0,90 |
| 40 | 0,85 |
| 60 | 0,80 |
| 120 | 0,75 |

# Yüzey kalitesinin etkisi

- Belirli bir ortalama gerilmede parçanın taşıyabileceği gerilme genliği yüzey kalitesine bağlıdır. Üst yüzey pürüzlülüğü arttıkça gerilme genliği azalır. Bu etki aşağıdaki tabloda değerleri verilen **$b_1$ yüzey düzgünlük faktörü** ile dikkate alınır

| **Kopma dayanımı ($N/mm^2$)** | **300** | **400** | **500** | **600** | **700** | **800** | **1000** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Çok ince parlatılmış | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 |
| Parlatılmış | 1,0 | 0,99 | 0,985 | 0,98 | 0,975 | 0,972 | 0,97 |
| Taşlanmış | 0,97 | 0,96 | 0,95 | 0,94 | 0,935 | 0,932 | 0,93 |
| İnce talaş alınmış | 0,93 | 0,92 | 0,91 | 0,90 | 0,89 | 0,885 | 0,88 |
| Kaba talaş alınmış | 0,91 | 0,90 | 0,88 | 0,86 | 0,84 | 0,82 | 0,78 |
| Tufallı | 0,80 | 0,74 | 0,67 | 0,61 | 0,56 | 0,51 | 0,43 |

# Yüzey kalitesinin etkisi

- İki farklı pürüzlülükte işlenen dişli çarkların yüzey topografyaları

# Çentik etkisi

- Kuvvet hatlarının yön değiştirmesi o bölgede bir gerilme yığılmasına neden olur.
- Statik yüklemede sünek malzemelerde pekleşme nedeni ile bu etki pek dikkate alınmaz.
- Ancak, dinamik zorlanma halinde gerilme yığılması çok önemlidir.
- Yorulma hesabında kullanılacak çentik faktörü ($\beta_k$) iki ayrı bileşenden oluşur.
- İlki olan şekil faktörü (gerilme yığılma faktörü) $\alpha_k$ sadece geometriye ve zorlanma durumuna bağlı olarak diyagramlar halinde verilir.
- İkincisi ise çentik hassasiyet faktörüdür ($\eta_k$) ve malzeme türüne göre tablolardan alınır.

# Gerilme Yığılma (Şekil) Faktörü

- Sadece zorlanmaya ve geometriye bağlıdır. Pek çok kitaptan hazır olarak bulunabilir.
- $\alpha_k$ ile gösterilir.

Tanım olarak

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

# Gerilme Yığılma (Şekil) Faktörü

- Örnekler:

# Çentik hassasiyet faktörü ($\eta_k$)

- Gerilme yığılma faktörü ile çentik faktörü arasındaki ilişkiyi belirler. Bazı malzemeler (yüksek karbonlu çelikler gibi) çentiğe çok duyarlı iken, bazı malzemeler ise o kadar duyarlı değildir.
- Şekil faktörü, çentik faktörüne aşağıdaki bağıntı ile bağlanır:

$$\eta_k = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1}$$

$\eta_k$=1 çentiğe çok hassas
$\eta_k$=0 çentiğe hassas değil

| Malzeme | $\eta_k$ |
|---|---|
| İmalat çeliği, St 37...St 60 | 0,4...0,8 |
| Islah çeliği | 0,6...0,9 |
| Yay çeliği | 0,9...1 |
| Hafif metaller (Alüminyum vb) | 0,3...0,6 |

# Hesap sırası

Örnek olarak aşağıda gösterilen konik pinyon mili ele alınsın

# Hesap sırası

1) Öncelikle bulunan dişli kuvvetlerinden hareketle yatak tepkileri hesaplanır.
2) Konstrüksiyon geometrisi ve etkiyen kuvvetler yardımı ile eğilme momenti, burulma momenti ve kesme kuvveti diyagramları çizilir (bkz. alttaki şekil)

3) Tehlikeli kesitler (çentik etkisi olan yerler, maksimum momentin etkidiği kesit) belirlenerek buradaki gerilmeler hesaplanır.

# Hesap sırası

4) Gerilmelerin statik ve dinamik olanları ayrılır.
5) Uygun bir kırılma hipotezi ile statik ve dinamik gerilmeler ayrı ayrı bir mukayese gerilmesi altında toplanır.

Statik kısım (ortalama gerilme)

$$\bar{\sigma} = \sigma_{vm} = \sqrt{\left(\bar{\sigma}_{ç} + \bar{\sigma}_{e}\right)^2 + 3 \cdot \bar{\tau}_{b}^2}$$

Dinamik kısım (gerilme genliği)

$$\tilde{\sigma} = \sigma_{vg} = \sqrt{\left(\tilde{\sigma}_{ç} + \tilde{\sigma}_{e}\right)^2 + 3 \cdot \tilde{\tau}_{b}^2}$$

# Hesap sırası

6) Her bir tehlikeli kesit için boyut faktörü, yüzey düzgünlük faktörü ve çentik faktörü bulunur.
7) Söz konusu malzeme için ana dinamik zorlanmaya konu olan Smith diyagramı ya çizilir veya ilgili literatürden bulunur (örn. yandaki şekil)

# Hesap sırası

8) Söz konusu kesitte bir ortalama gerilme varsa bu hesaplanır ($\sigma_{vm}$)
9) Bu ortalamaya karşılık gelen yorulma dayanımı diyagramdan okunur (Şekildeki zorlanma için $\sigma_{ed}$')
10) Bu durumda söz konusu kesit için emniyet katsayısı

$$S = \frac{\sigma_{ed}' \cdot b_0 \cdot b_1}{\beta_k \cdot \sigma_{vg}}$$

# Diğer yöntemler

- Genelde dönel kiriş yorulma testi (rotating beam) sonuçlarını kullanarak hesap yapılabilecek başka yöntemler de mevcuttur.
- Bunlar birbirine oldukça benzer hesap usulleri kullanılırlar.
- Smith diyagramından farklı olarak gerilme yığılma etkisi doğrudan hesaplanan gerilmeye dahil edilir.
- Tam değişken yorulma sınırı değişik faktörlerle çarpılarak düzeltilmiş yorulma dayanımı elde edilir.
- Bu yaklaşımları, diyagramdan ziyade bağıntı formunda ifade etmek de mümkündür.

# Diğer yöntemler

Düzeltilmiş yorulma sınırı $\sigma''_D = b_0 \cdot b_1 \cdot k_t \cdot k_l \cdot k_r \cdot k_d \cdot \sigma_{D_RB}$

$k_t$: sıcaklık faktörü
$k_l$: yükleme faktörü (Eğilmede: 1, Çekme-basmada: 0,85, burulmada: 0,59)
$k_r$: güvenilirlik faktörü
$k_d$: diğer etkenler faktörü
$\sigma_{D_RB}$: Dönel kiriş test makinasından elde edilen yorulma dayanımı

# Diğer yöntemler

Bu yöntemlere ait denklemler basitçe çıkarılabilir

Gerber parabolü

$$\frac{\beta_k \cdot S \cdot \sigma_g}{\sigma_D''} + \left(\frac{S \cdot \sigma_m}{\sigma_K}\right)^2 = 1$$

Goodman doğrusu

$$\frac{\beta_k \cdot \sigma_g}{\sigma_D''} + \frac{\sigma_m}{\sigma_K} = \frac{1}{S}$$

Soderberg doğrusu

$$\frac{\beta_k \cdot \sigma_g}{\sigma_D''} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{Ak}} = \frac{1}{S}$$

ASME eliptik

$$\left(\frac{\beta_k \cdot S \cdot \sigma_g}{\sigma_D''}\right)^2 + \left(\frac{S \cdot \sigma_m}{\sigma_K}\right)^2 = 1$$

Burada **S** emniyet katsayısıdır.

Denklemlerdeki $\sigma_m$ ve $\sigma_g$ sırası ile makina elemanında hesaplanan ortalama gerilme ve gerilme genliğidir. Bunlar daha önce $\sigma_{vm}$ ve $\sigma_{vg}$ ile gösterilenlerle aynıdır.

# Emniyet katsayısı kavramı

- Emniyet katsayısı en basit anlatımı ile malzemenin mukavemetini bölerek, tasarım gerilmesini veya emniyet gerilmesini bulduğumuz sabit sayıdır.
- Bu şekilde bulunan emniyet emniyet gerilmeleri çok basit işlerde kullanılırlar ve çentik etkisi, darbe, yorulma, malzemedeki anizotropi gibi etkileri dikkate almazlar.
- Mühendislik el kitaplarında 30'a kadar çıkan emniyet katsayılarına rastlamak mümkündür.
- Modern mühendislikte ise genelde etkiyen tüm faktörler göz önüne alınır ve mümkün olduğu kadar az belirsizlik bırakılmaya çalışılır.
- Böyle durumlarda emniyet katsayısı 1,25….4 arasında değişir

# Emniyet katsayısı kavramı

- Modern mühendislikte  emniyet katsayısı, statik kopma dayanımı yerine parçanın zorlanmasına karşılık gelen malzeme mukavemeti ile birlikte kullanılır.
- Örn. Parça değişken zorlanmaya maruz ise yorulma dayanımı
  - Statik zorlanma, sünek malzeme ise akma dayanımı
  - Statik zorlanma, gevrek malzeme ise kopma dayanımı vb.
- Buna göre en genel halde emniyet katsayısı

$$S = \frac{Malzeme\ mukavemeti}{Parçada\ meydana\ gelen\ gerilme}$$

# Emniyet katsayısı kavramı

- Malzemenin mukavemet sınırı ve söz konusu parçaya etkiyen yükler ne kadar kesin bilinirse bilinsin, her zaman emniyet katsayısı ile kapatılması gerekli bir belirsizlik kalacaktır.
- Dıştan yüklenen parça, her zaman normal yükten daha fazlasına dayanacak şekilde tasarlanır.
- Emniyet katsayısının seçiminde tecrübe de çok önemli yer tutar.
- Birçok durumda hangi uygulama için emniyet katsayısının ne olacağı ilgili şartnamelerde düzenlenmiştir.
- Bunlara örnek olarak asansör halatları, hidrolik hortumlar, basınçlı kaplar, kaldırma makinaları vb. verilebilir.

# Emniyet katsayısı seçimini etkileyen faktörler

1. Yüklemede belirsizlik: Bazı hallerde etkiyen kuvvetler büyük bir yaklaşıklıkla hesaplanabilir (santrifüj kuvvetler, yay kuvvetleri vb. gibi). Fakat yeni bir makinadaki veya otomobilin süspansiyonundaki kuvvetler bu kadar kesi belirlenemezler. Belirsizlik ne kadar fazla ise emniyet katsayısı o kadar büyük olmalıdır.
2. Malzemenin mukavemetindeki belirsizlik: Literatürdeki veriler standart deney numunelerinden elde edilmiştir. Bu testlerde kullanılan malzemeler soğuk şekil değiştirmemiş ve oda sıcaklığında test edilmiştir. Bu durumlarda bile aynı iki numunede farklı sonuçlar elde edilebilir.

# Emniyet katsayısı seçimini etkileyen faktörler

3. Gerilme analizindeki kabuller: Nominal gerilmeleri hesaplarken yapılan kabullerin geçerliği, gerilme yığılması faktörünün tayinindeki kesinlik, artık gerilmelerin etkisi, kırılma teorilerinin geçerliği vb. belirsizlik noktalarıdır.
4. Hasarın neticesi: Hasarın neticesi insan hayatı için tehlike oluşturuyorsa büyük emniyet katsayısı kullanılmalıdır. Burada hasarın doğası da önemlidir. Sünek kırılma gevrek kırılmaya göre daha az risklidir.
5. Büyük emniyet katsayısının maliyeti: Gereğinden büyük emniyet katsayıları dramatik sonuçlar doğurur (Uçaklar?). Otomobilde büyük emniyet katsayısı ruh sağlığı bozuk bir sürücü için iyi olmasına karşın, bunun bedelini normal insanlar da ödeyecektir.

# Önerilen emniyet katsayıları

| | |
|---|---|
| S=1,25…1,5 | Kontrol edilen şartlar, çok güvenilir malzeme, kuvvet değerleri kesin |
| S=1,5…2 | İyi bilinen malzemeler, sabit ortam şartları, kuvvet değerleri kesin |
| S=2…2,5 | Sıradan malzemeler ve ortam şartları, normal yükler |
| S=2,5…3 | Daha az denenmiş malzemeler, normal işletme ve zorlanma durumundaki gevrek malzemeler |
| S=3…4 | Denenmemiş malzemeler, ortalama yük ve işletme koşulları |
| S=3…4 | İyi bilinen malzemeler, belirsiz ortam ve yükleme |