

Sanal Laboratuvar Ortamında Modelleme ve Kontrol

Hüsamettin BAKI* Nedim ALPDEMİR†
Mehmet Turan SÖYLEMEZ‡

*University of Leicester
Department of Engineering
Control and Instrumentation Research Group
Leicester, UK.
e-mail : baki@le.ac.uk

† University of Manchester,
Computer Science Department, Manchester, UK.
e-mail: alpdemim@cs.man.ac.uk

‡İTÜ Elektrik Müh. Böl.
Kontrol ve Kumanda Sistemleri ABD
e-mail : soylemez@elk.itu.edu.tr

Anahtar Kelimeler: Modelleme, Simülasyon, Kontrol Eğitimi

Özet

Bu bildiri bir kontrol laboratuvarının sanal bir ortamda gerçekleştirilmesini ve bunu yaparken deney setlerinin modellenmesi ve kontrolü için takip edilen adımları anlatmaktadır. Yazılım mühendisliğindeki eleman tabanlı (component based) yazılım geliştirme alanında yeni bir metod ilk kez bu bildiriyle sunulmakta ve yeni geliştirmiş olduğumuz teknik yardımıyla sanal laboratuvar ortamında animatör motoru ile simülasyon motoru birbirinden bağımsız hale getirilmektedir [1]. Kurmuş olduğumuz sanal ortam gerçek laboratuvarlarda sıkça kullanılan top ve giriş deneyiyle örneklendirilmekte ve *VRML* (Sanal gerçeklik modelleme dili) formatı kullanılarak 3 boyutlu geometrik modeli üretilen deney setinin kinematik ve dinamik denklemlerini çözmek için gerekli adımlar özetlenmektedir. Bu çözüm adımları bir simülasyon motorunda gerçekleştirilmiş ve bu motor, geometrik gösterime bir müşteri-hizmetçi (client-server) model yardımıyla bağlanmıştır. Oluşturulan sanal model durum geribeslemeli bir kontrol algoritmasıyla kontrol edilmiştir.

1 Giriş

Geleneksel olarak bilgisayar destekli eğitim genelde iki boyutlu ortamlarla sınırlı kalmış, ve çoğu deney seti animasyonları öğrencilere deney mekanizmasını tam olarak kavratacak düzeyden uzak olmuştur. Böyle iki boyutlu animasyonların pratik sistemleri simüle etmeleri tam manasıyla mümkün olmamaktadır. Öte yandan sanal gerçeklik alanındaki son gelişmeler gerçek laboratuvarların sanal ortamlarda

gerçekleşip eğitim amaçlı olarak kullanılabilirliğine olanak sağlamıştır. Sanal gerçekliğin en büyük avantajı iki boyutlu animasyon programlarının getirdiği sınırlılığı ortadan kaldırıp, kullanıcılarına deney setlerini daha doğal bir ortamda kullanabilme olanağı sağlamasıdır.

Son yıllarda sanal gerçeklik teknikleri bir çok alanda eğitim, üretim ve medya gibi çok geniş bir kullanılabilirlik platformu bulmasına rağmen, simülasyon ile animasyonun genelde birlikte gerçekleştirilmeye çalışılması bir çok problemi beraberinde getirmiştir. Çünkü, genel olarak animasyon ve simülasyon iki farklı disiplini yansıtır; ve genelde aynı geliştirme ortamında bulunmaları uygun olmaz. Bu yüzden dolayı her ikisini kendi içinde barındıran programlar ya çok pahalıdır ya da bir tarafları ötekiyle kıyaslanınca daha az profesyonelce hazırlanmıştır. Bizim bu çalışmamızda asıl amaç bu iki disiplini birbirinden ayırıp sanal bir kontrol laboratuvarı için kullanılabilir bir platform hazırlamaktır.

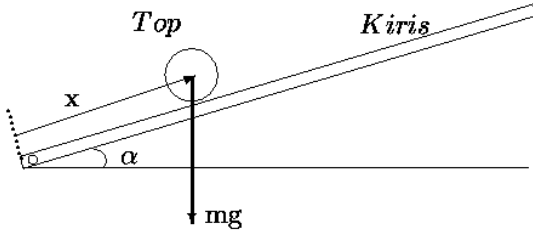
Burada *VRML* modelleri oluşturmak için *TrueSpace* [2] programı kullanılmıştır. Animasyon elemanı *Silicon Graphics*'in geliştirmiş olduğu *Cosmo-3D* kütüphanesi kullanılarak Visual C++ programlama dilinde yazılmıştır. Bu animasyon elemanı için deney setini simüle edecek ve kullanıcıdan gelecek komutları işleyecek bir kullanıcı arayüzü de hazırlanmıştır. Böylece kullanıcı örneğin top ve giriş deneyi için topun duracağı yeri bu arayüz sayesinde animasyon elemanına gönderebilme olanağına kavuşmuştur.

Bu bildirinin geri kalan kısmı aşağıdaki gibi organize edilmiştir. Gelecek bölümde bu bildiride kullanılacak örnek deney seti olan top ve giriş deney se-

tinin dinamik ve kinematik denklemleri verilmiştir. Üçüncü bölüm VRML formunda çizilen modelin simülasyonu için gerekli olan denklemleri ve deney setinin sanal ortamda gerçekleşmesi için gerekli olan adımları özetlemiştir. Dördüncü bölüm kullanılan kontrol stratejisi üzerinde dururken, beşinci bölüm simülasyon sonuçlarını anlatıp bazı önemli noktalara değinmiştir. Son bölüm sonuçları içermektedir.

2 Modelleme

Top ve kiriş deneyi görünüşte çok basit bir deney mekanizması olmasına rağmen epeyce zor bir problemi temsil etmektedir. Deney seti merkezi etrafında dönebilen bir kiriş ve bu kirişin üzerinde iki uç arasında gidip gelebilen bir toptan oluşmaktadır. Kontrol problemi basitçe kirişin açısını kullanarak topu kirişin istenilen bir yerinde tutmak olarak tanımlanabilir. Eğer topun kendi etrafında dönmesini ihmal edip topun kiriş üzerinde sürtünmesiz olarak kaydığını kabul edersek, problem Şekil 1'deki gibi basitleştirilebilir.



Şekil 1: Top ve Kiriş sisteminin basitleştirilmiş hali.

Bu tip bir sistemin modeli literatürde çeşitli kaynaklarda bulunabilir. Mesela Wellstead [3, 4] detaylı bir model sunmuştur. Kiriş açısı α bir doğru akım motoru ile döndürülen bir elipsoidal prizma yardımıyla elde edilebilir. Elipsoidal prizmanın dönmesi sonucunda bu prizmaya bir top ile bağlı olan kiriş eksenini etrafında dönmekte ve haliyle değişik açılar elde edilebilmektedir. Bu sistem elektriksel ve mekaniksel parçaları içerdiği için Lagrange denklemi medelleme açısından bizim amacımıza uygun diferansiyel denklemler üretir. Lagrange denkleminin genel formu aşağıdaki gibidir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_i} \right) - \frac{\delta L}{\delta q_i} + \frac{\delta D}{\delta \dot{q}_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

burada n bağımsız koordinatların sayısını, başka bir deyişle sistemin serbestlik derecesini temsil etmekte-

dir. L aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$L = U^* - T \quad (2)$$

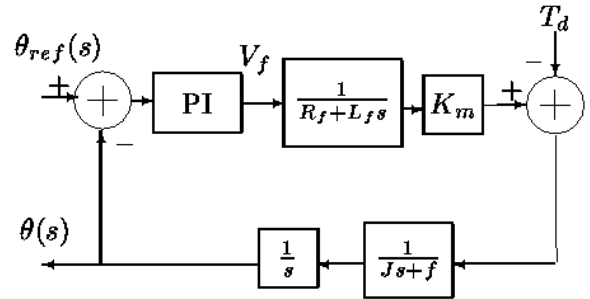
burada U^* toplam kinetik ko-enerjiyi temsil eder. T sistemin toplam potansiyel enerjisini ve D enerjiyle alakalı harcanan -gerek sürtünme olarak mekanik taraftaki gerekse direnç olarak elektriksel taraftaki- ısıyı ve Q_i 'de sisteme uygulanan toplam kuvveti göstermektedir. Mekanik sistemde Q_i genelleştirilmiş koordinatlar doğrultusunda uygulanan kuvvet veya moment olabilirken, elektriksel tarafta bu büyüklük akım veya gerilim olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bizim deney setimizde mekanik ve elektriksel alt sistemler kolayca birbirinden ayrılabilir. Bu yüzden dolayı elipsoidal prizmanın açısı ile doğru akım motorunun gerilimi arasındaki transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\frac{\theta(s)}{V_f(s)} = \frac{K_m}{s(Js + f)(L_f s + R_f)} \quad (3)$$

burada J elipsoidal prizmanın atalet momentini, f sürtünmeyi ve K_m 'de motor sabitini temsil etmektedirler.

Deney setinde birisi motorun açısını öteki de topun konumunu kontrol etmek üzere iki tane kapalı çevrimin kullanılması uygun görülmüştür. Birinci çevrimde elipsoidal prizmanın açısal konumu basit bir servo-kontrol mekanizması ile kontrol edilirken ana bozucu etken olarak elipsoid prizmanın üzerine binen kirişin oluşturduğu moment göz önüne alınmıştır. Bu geri besleme çevrimi Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: Birinci kapalı çevrimin blok şeması.

Lagrange denklemi daha çok mekanik tarafı modellemek için kullanılmıştır. Çünkü doğru akım mo-

torunun modeli elektriksel ilişkileri kullanarak kolayca verilebilmektedir. Mekanik tarafta iki adet bağımsız koordinat değişkeninden söz edebiliriz. Bu değişkenler topun konumu ve kirişin açısı olarak karşımıza çıkmaktadırlar. Lagrange denkleminde bu değişkenler q_1 ve q_2 olarak sistemin konumunu tamamıyla belirleyebilirler. Dahası, bu iki değişken geometrik olarak sınırlı değildirler. Böylece (q_1, q_2) çifti varyasyonel koordinatlar için tam bir bağımsız set olurlar.

Sanal sistemde topun kütlesi m , atalet momenti I_b ve kirişin atalet momenti I_a 'ye ilişkin kinetik ko-enerjisi U^* aşağıdaki formülle verilebilir:

$$U^* = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_b w^2 + \frac{1}{2}I_a \dot{q}_2^2 \quad (4)$$

burada v ve w sırasıyla topun doğrusal ve açısal hızlarını göstermektedir. v iki tane bileşen yardımıyla yazılabilir; birisi x 'in türevi ötekisi x ile α 'nın türevinin çarpımı. Çünkü top iki hareketi birden yapmaktadır. Yani bir yandan kirişin üzerinde yuvarlanırken bir yandan da yarıçapı $x\alpha$ olan bir yay üzerinde aşağı-yukarı hareket etmektedir. Bu yüzden doğrusal ve açısal hızları şu şekilde ifade etmek mümkündür:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\dot{q}_1^2 + (q_1 \dot{q}_2)^2} \\ w &= v/r + \dot{\alpha} \end{aligned} \quad (5)$$

burada r topun kiriş ile yapmış olduğu kondağa göre olan yarıçapıdır.

Gerçekte $q_2 = \alpha$ bizim servo kontrol mekanizmamız tarafından sabitlendiği için δq_1 sıfır alınabilir. Böylece Lagrangian aşağıdaki gibi olur:

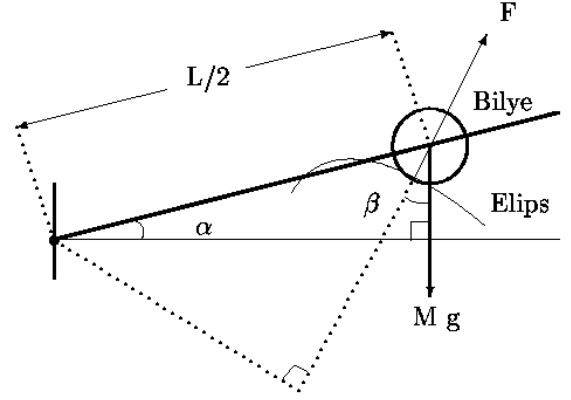
$$L = \frac{1}{2}[m(\dot{x})^2 + (x\dot{\alpha})^2 + I_b(\frac{\dot{x}}{r} + \dot{\alpha})^2 + I_a(\dot{\alpha})^2] \quad (6)$$

ve Lagrange hareket denklemleri şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_1}\right) - \frac{\delta L}{\delta q_1} + \frac{\delta J}{\delta \dot{q}_1} &= F_1(t) \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{q}_2}\right) - \frac{\delta L}{\delta q_2} + \frac{\delta J}{\delta \dot{q}_2} &= \tau_2(t) \end{aligned} \quad (7)$$

burada J sistemin ko-kontenti; $F_1(t)$, $q_1 = x$ yönündeki genelleştirilmiş kuvvet; ve $\tau_2(t)$, $q_2 = \alpha$ yönündeki genelleştirilmiş momenttir.

$F_1(t)$ topun q_1 yönündeki ağırlık bileşenine eşittir. Genelleştirilmiş moment iki temel bileşene sahiptir: Doğru akım motorunun momenti ve yerçekiminin kirişin dönme eksenine ile yapmış olduğu moment. Burada topun ağırlığı kirişin ağırlığının yanında ihmal edilmiştir.



Şekil 3: Genelleştirilmiş momentin elde edilmesi.

Genelleştirilmiş moment Şekil 3'deki şema yardımıyla hesaplanabilir. Bu şekilde elipsoidal prizma ile topun temas noktasına uygulanan iki adet kuvvet A noktası etrafında bir momente sebep olurlar. Böylece dış kuvvet ve moment aşağıdaki eşitlikle verilebilir.

$$\begin{aligned} F_1(t) &= mg \sin(\alpha) \\ \tau_2(t) &= F((L/2) \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \beta) \\ &\quad - Mg(L/2) \cos(\alpha)) \end{aligned} \quad (8)$$

burada F doğru akım motoru tarafından üretilen temas kuvveti ve M kirişin kütlesidir (topun kütlesi ihmal edilmiştir). Enerjiyi saklayacak bir eleman olmadığından ve de sürtünme ihmal edildiğinden T sıfır kabul edilebilir. Böylece 7. denklemin çözümü bize aşağıdaki modeli verir.

$$\begin{aligned} (m + \frac{I_b}{r^2})\ddot{x} + \frac{I_b}{r^2}\ddot{\alpha} - m\dot{x}(\dot{\alpha})^2 &= F_1(t) \\ (m\dot{x}^2 + I_b + I_a)\ddot{\alpha} + (2m\dot{x}\dot{\alpha} + bl^2)\dot{\alpha} &= \tau_2(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Bu modelde α 'nın hız ve ivmesi ihmal edilip I_b ve m I_a 'nın yanında küçük kabul edilirse doğrusal olmayan bu model küçük α değerleri için $\sin(\alpha) \approx \alpha$ yakınsaması da kullanılarak aşağıdaki forma sokulabilir.

$$\begin{aligned} (m + \frac{I_b}{r^2})\ddot{x} &= mg\alpha \\ I_a\ddot{\alpha} &= (L/2)[F \sin(\pi/2 - \alpha - \beta) - Mg] \end{aligned} \quad (10)$$

Bizim sanal ortamımızda doğrusal olmayan model (Denklem 9) animasyon amacıyla kullanılırken, 10. denklem kontrolör tasarımında kullanılmaktadır. Böylece - gerçek hayatta olduğu gibi - basitleştirilmiş model için tasarlanan kontrolörün gerçek sisteme daha yakın olan doğrusal olmayan sanal deney setini kontrol etmesi gözlemlenebilmektedir.

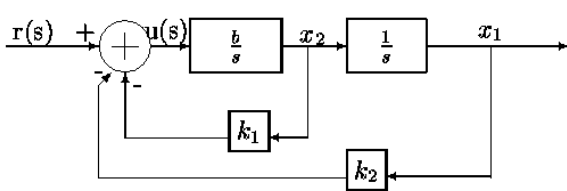
Bir durum geri-besleme kuralı [6, 7] aşağıdaki gibi verilebilir:

$$u(t) = -\mathbf{k}'x(t) + r(t) \quad (17)$$

burada $r(t)$ referans top konumu ve $\mathbf{k}' = [k_1, k_2]$ geribeslemeli sistemin kutuplarını sol yarı düzlemde uygun yerlere yerleştirmek için seçilmiş kazanç vektörüdür.

Gerçek bir sistemde top ve kirişin konumu ve hızı genelde doğrudan elde edilememektedir. Bu yüzden uygun gözleyicilerin tasarlanması gerekmektedir. Sanal dünyada bu değerler doğrudan simülasyon elemanından gerçekte ölçülüyormuşçasına alınabilir. Ya da gerçek deney setlerinde olduğu gibi sadece konum bilgileri okunup bunlar üzerinde türev-integral işlemleri yaparak (yani gözleyicilerle) hız değerleri bulunabilir. Böylece geribeslemeli sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunmuş olur:

$$x(s) = \frac{b}{s^2 + sk_2 + k_1b} r(s) \quad (18)$$



Şekil 5: Durum geribeslemeli kontrolör.

Böyle bir durum geribeslemeli kontrolör Şekil 5'de gösterilmiştir. Burada k_1 ve k_2 nin seçimiyle geribeslemeli sistemin kutupları kompleks düzlemde istenilen yere getirilebilir ve sonuç olarak dinamik davranış istenildiği gibi ayarlanabilir.

5 Sanal Modelin Simülasyonu

Deney setinin sanal ortamda gerçekleşmesinden sonra açık ve kapalı çevrim, kontrol seti üzerinde denenmiştir. Deney setinin sanal görüntüsü Şekil 6'da gösterilmiştir. Animasyon elemanı bir ActiveX [8] elemanı olduğu için bunun kaydedilmesi ile ilgili diyalog ekranı da kullanıcı ara yüzüyle beraber gösterilmiştir. Bu set için simülasyon elemanı da C++

ortamında oluşturulmuştur. Animasyon elemanının güzel bir başka yanı bunun sıkça kullanılan simülasyon paketleriyle (mesela Simulink'le [9]) beraber kullanılabilme yeteneğidir. Yine bu eleman yardımıyla gerçekleştirdiğimiz ters sarkaç için simülasyon motoru olarak Simulink kullanılmıştır. Bu deney setinden bir görüntü Şekil 7'de verilmiştir.

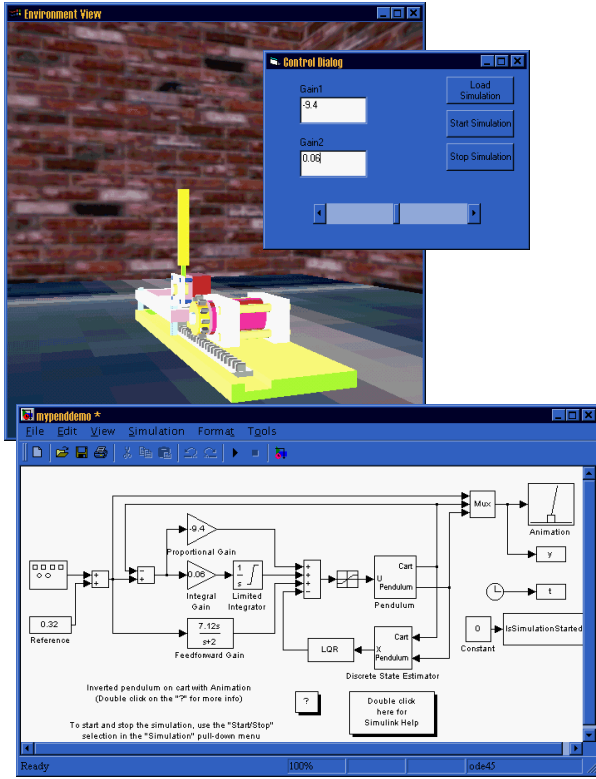


Şekil 6: Sanal Deney setinden bir görünüş.

Top ve kiriş deneyinde çeşitli kazanç değerleri için üretilmiş sistem cevapları Şekil 8'de gösterilmiştir. Geliştirilen elemanın Simulink'i kolayca sanal sisteme entegre edebilmesi kontrol sistemlerinin öğrencilere öğretimi için önemli bir aşama sayılabilir. Simulink ortamında tasarlanan kontrolörün gerçek bir deney setinde nasıl davranacağı VRML model üzerinde test edilip, kullanıcının sistemi daha iyi kavraması mümkün olmaktadır.

6 Sonuç

Bu çalışmada sanal bir laboratuvar ortamının oluşturulması için geliştirilen animasyon elemanı top ve kiriş deney seti örneğiyle tanıtılmıştır. Bu elemanın oluşturulmasındaki temel fikir olan simülasyonla animasyonun birbirinden ayrılması olgusu top ve kiriş örneği ile test edilip laboratuvarlarda öğretim amaçlı olarak kullanılabilir hale getirilmiştir. Geometrik modelin oluşturulması tümüyle animasyon elemanının işleyişinden bağımsız hale getirildiğinden herhangi bir 3-D VRML editörü (örneğin *Truespace*) yardımıyla çizilen modellere onları sürecek

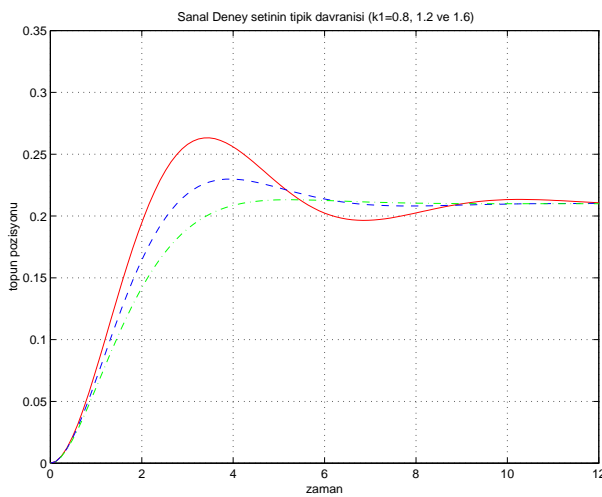


Şekil 7: Ters sarkaçın Simulink'le kontrolü.

simülasyon motorundan bağımsız olarak anime edilebilir. Burada gösterilen top ve kiriş deney setinin yanında başka deney setleri de (ters sarkaç gibi) bu eleman sayesinde kolayca sanal laboratuvar ortamında kontrol eğitimi için kullanılabilirler.

Kaynakça

- [1] N. Alpdemir, *PhD Project*. Department of Computer Science, Univeristy of Manchester, U.K., 2000.
- [2] TrueSpace, *Calgari TrueSpace Homepage*. <http://www.caligari.com>, 2000.
- [3] P. E. Wellstead, *Physical System Modelling*. Academic Press, 1979.
- [4] P. E. Wellstead, *Modelling Lecture Notes*. Control Systems Centre, UMIST, 1993.
- [5] S. Wolfram, *The Mathematica Book*. Wolfram Media and Cambridge University Press, 3rd ed., 1996.
- [6] M. T. Söylemez, *Pole Assignment for Uncertain Systems*. PhD thesis, Control Systems Centre, UMIST, 1998.
- [7] M. T. Söylemez, *Pole Assignment for Uncertain Systems*. UMIST Control System Centre Series, London: Research Studies Press, 1999. ISBN: 0-863-80246-X.
- [8] T. Armstrong, *Designing and Using ActiveX Controls*. New York: M&T Books, 1997.
- [9] MATLAB, *MathWorks Homepage*. <http://www.mathworks.com>, 2000.



Şekil 8: Çeşitli kazanç değerleri için deney setinin adım girişine cevabı.