6

ARŞİMET'İN *METOT*'U, 1999 YA DA BİLİMİN YAPILIŞI

1999 yılının Haziran ayında oradaydım. Palimpsestin *Metot*'un ilk diyagramıyla açılışını görmek ne müthiş bir duyguydu. Hep bunu görebilmeyi hayal etmiştim. Cilt dikişinde kaybolarak gözlerden gizlenmesi, gizemine katkıda bulunuyordu. Ziyaretçilerin gelip bu mütevazi görünümlü sayfaya bakakalışlarını seyrederken Arşimet'in en büyük eserinin kalan tek kanıtına baktıklarını biliyordum.

Metot, sadece palimpsestte günümüze ulaşmış. Diğer Yunan el yazmalarının hiçbirinde ne Arapça uyarlamasında, ne de Latince çevirilerinde izine rastlanmıyor. Palimpsest Arşimet'in bu başarısına tanıklık eden evrendeki tek fiziksel nesne, ki bu sadece Arşimet'in eserleri arasında değil, on altıncı yüzyıldan önce üretilen diğer bütün matematik çalışmaları arasında da eşsiz bir yere sahip. 1999 yılı Haziran ayında, Heiberg'in çıkardığı kopyalar sayesinde Arşimet'in bu eserinde modern kalkülüse çok yaklaştığını zaten biliyorduk. Yine bu kitapta, Arşimet'in matematik ve fiziğin bir araya getirilebil-

mesini sağlayan metodunu ortaya çıkarmaya da çok yaklaştığını biliyorduk. Bunlar Arşimet biliminin iki önemli noktasıydı: kalkülüs, yani sonsuzluk matematiği ve matematiğin fiziğe uygulanması. Matematik, sonsuzluk, fizik: bu üçlü kombinasyonun hepsi *Metot* adlı eserinde mevcuttu. Aşağıda iki harika matematiksel ispatı izleyerek bunun nasıl olduğunu göreceğiz.

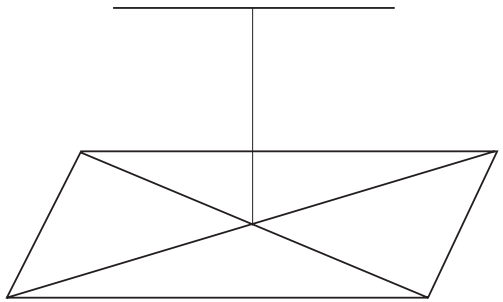
Matematiğin fiziksel dünyaya uygulanışının bir örneği olan birinci ispatta, Arşimet bir üçgenin ağırlık merkezini keşfediyor. Bu ispat *Metot*'ta yapılmış olan bir ispat değil ama *Metot*'un nasıl çalıştığını anlamak açısından çok önemli. İkincisi ise matematik, fizik ve sonsuzluk üçlü kombinasyonunun bir örneği. Arşimet'in bir parabolik kesitin alanını bulduğu *Metot*'daki ilk önerme. Bu bizi Arşimet'in başarısının en üst noktasına getiriyor; ve yol boyunca modern bilimin oluşumu için gereken araçları topluyor.

Ağırlık Merkezi

Modern bilim için ihtiyacımız olan ilk araç minicik bir nokta, ama bu muazzam bir öneme sahip. O olmadan bilim olamazdı. Bu, ağırlık merkezidir.

Kendimizi bir fizikçinin – diyelim ki Newton'un - yerine koyalım. Gök cisimlerinin yerçekimi etkisi altındaki hareketlerini incelemek istediğimizi düşünelim. Çok önemli bir sorun var ki; yıldızlar ve Ay büyük cisimlerdir; bir *yapıları* vardır. Bunu bir örnekle açıklayalım: Dolunay zamanında Ay'ın karanlık yüzü Dünya'ya aydınlık yüzünden daha uzaktadır. Bu nedenle Dünya'nın çekim kuvveti daha uzak olduğu için Ay'ın karanlık yüzünde aydınlık yüzünde olduğundan daha az güçlüdür. Daha kesin söylemek istersek, Ay'ın her noktasındaki yerçekiminin farklı olduğunu söyleyebiliriz. Dünya üzerindeki sonsuz sayıdaki noktanın her birinden Ay'ın yüzeyindeki sonsuz noktaya çok az oranda farklı yerçekimi uygulanmaktadır. Bu durumda yerçekiminin kaç kombinasyonu olacaktır? Sonsuz kere sonsuz. Bu problem sonsuz kere sonsuz karmaşıklığa sahiptir.

Yine de Newton yerçekimlerini hesaplamayı başarmıştı. Gök cisimlerinin hareketlerini, her birinin *tek bir nokta* gibi



Şekil 6.1: Bir paralelkenarın asılması

davrandığı varsayımına dayanarak ele almıştı. Newton fiziğinde çoğunlukla Dünya tek bir nokta, Ay tek bir nokta olarak kabul edilir. Dünya üzerinde tek bir nokta, Ay'a tek bir noktada yerçekimi uygular. Bu noktalar *ağırlık merkezleridir*. Yani, Dünya'nın ve Ay'ın 'ortalama' ağırlık ya da yerçekimi merkezlerini bulmaya çalışırız ve daha sonra Dünya ve Ay'ı bu tek noktalarda konsantre olmuş gibi düşünürüz.

Ağırlık merkezleri bulunduktan sonra hesaplamaların çoğunda cisimlerin tamamı yerine bu noktaları kullanabileceğimiz matematiksel olarak kanıtlanabilir. Ağırlık merkezi olmadan fizik de olamazdı. Ve bu da yine Arşimet'in keşfidir.

'Ağırlık merkezi' fikri iki boyutlu bir cisim olan bir düzlemsel ile daha iyi anlaşılabilir. Bir daire alalım. Bunu dengelemek, hareketsiz duracak şekilde tavana asmak istiyoruz. İpliği neresine bağlarız? Bu yanıtı en kolay olan durum: tabi ki ipliği *dairenin merkezine* bağlarız. Geometrik merkezi dışında başka hiçbir yerde daire düz durmayacaktır. Sabit durması için dairenin tam olarak geometrik merkezinden asılması gerekir. Bu en kolay örnekte, geometrik merkez ve ağırlık merkezi çakışmaktadır.

İplik tam ortasından bağlandığında bir kare de havada sabit olarak asılı duracaktır. Bir an düşündüğünüzde aynı şeyin bütün paralelkenarlar için geçerli olduğunu görebilirsiniz. Köşegenlerin kesiştiği noktayı aldığınızda, bir paralelkenarın ağırlık merkezini bulmuş olursunuz. (*Bkz* şekil 6.1) Ancak daha karmaşık cisimlere geçtiğimizde bu zor bir soru haline gelir.

Buna verilecek en güzel örnek, üçgendir. Üçgenin dairede, karede, hatta bir paralelkenarda olduğu gibi belirgin bir merkezi yoktur. Ama üçgenin ağırlık merkezini bulduğumuzda bütün diğer doğrusal kenarlı şekillerin de ağırlık merkezlerini bulabiliriz. Daha önce gördüğümüz gibi doğrusal kenarlı cisimler karelere ayrılarak ölçülebilirler. O halde herhangi bir doğrusal kenarlı cismin ağırlık merkezini bulmak için, öncelikle bir üçgenin ağırlık merkezini bulma sorununu çözmemiz gerekiyor. Gerisi kolayca çözülebilir.

Bu durumda, ağırlık merkezi biliminin çözüm yolu şöyle oluyor: kağıttan bir üçgen kesip tavana asıyoruz. Sabit durması için onu nasıl asmalıyız? Bu soruyu nasıl ele almalıyız?

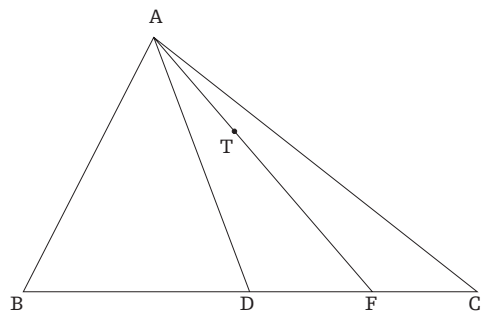
Bu noktada bir deney yapmak isteyebilirsiniz. Birkaç üçgen kağıt alıp ağırlık noktasının nerede olduğunu bulmak için değişik noktalarından tavana asabilirsiniz. Bu oldukça mantıklı bir yaklaşım olur; ne de olsa kendiniz deneyimlemedikçe dünyanın nasıl davranacağını bilemezsiniz. Zihniniz dünyaya nasıl davranması gerektiğini dikte edemez. Bu nedenle, tavana asılmış cisimlerin nasıl davranacağını sadece düşünce yoluyla bulamazsınız. Bilim salt yorumlara değil kesin kanıtlara dayanır.

Pek de öyle değil: Bilim çoğu zaman tam bir spekülasyondur. Arşimet ağırlık merkezi kavramını keşfetti ve sonra bu merkezi bir deney bile gerçekleştirmeden, her şeyi *kafasında* yaparak gerçekleştirdi.

Şimdi gelin, bir üçgenin ağırlık merkezini bulma yöntemine bir bakalım. Bunu ayrıntılarıyla izlemek zahmetimize değecek çünkü böylece Arşimet'in zihnini iş başında görebileceğiz. İşte Arşimet'in *Düzlemlerin Dengesi Üzerine* adlı kitabının on üçüncü önermesi.

BİRİNCİ İSPAT: BİR ÜÇGEN NASIL DENGELENİR, ZİHİN MADDEYİ YÖNETİR

Hatırlayacağınız gibi Arşimet bilimsel yazılarında mükemmel derecede ekonomik bir dil kullanıyordu ve bu nedenle gerek orijinal Yunancasından gerekse çevirisinden okunabilmesi oldukça zordu. Bakın size kendi kelimelerimle ve Arşimet'in

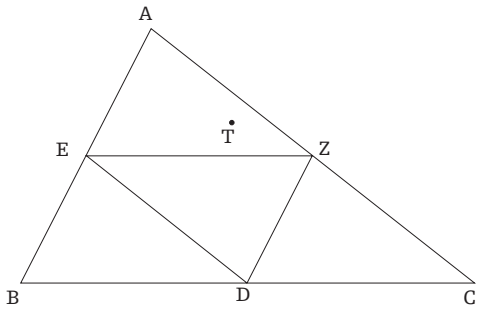


Şekil 6.2-1

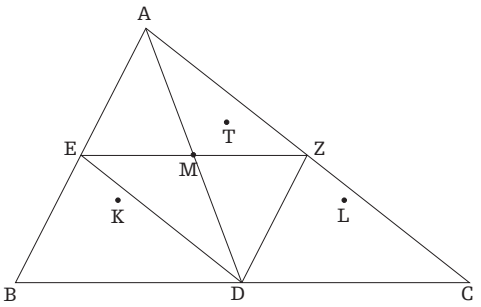
düşünce dizisini yakından izleyerek onun bir üçgeni nasıl dengelediğini anlatayım. Her zaman olduğu gibi burada da bazı ayrıntılar söz konusu olacak.

Şekil 6.2-1'de dengelemeye çalışacağımız bir ABC üçgeni alıyoruz. Üçgenin ağırlık merkezini, yani bir iplikle bağlanıp tavana asıldığında hareketsiz durabileceği noktayı arıyoruz. D noktası BC doğru parçasının orta noktası olduğundan (yani BD=DC), AD doğru parçası üçgenin bir kenarortayıdır. Arşimet şimdi ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİNİN BİR KENARORTAYIN ÜZERİNDE OLMASI GEREKTİĞİNİ kanıtlayacak. Bu noktanın yerini tam olarak saptamamızı değil, sadece nerelerde olabileceğini görmemizi sağlayacak. Ancak Arşimet'i sabırla izlemelisiniz: Geometri sabır gerektirir.

Öncelikle, biraz mantıksal bir yaratıcılık uygulayalım; ispat etmek istediğimiz şeyin tam tersini varsayacağız. Dolayısıyla ağırlık merkezinin AD doğru parçası üzerinde olmadığını varsayacağız. Bir başka deyişle, ağırlık merkezinin başka bir doğru, örneğin AF doğrusu üzerinde olduğunu varsayacağız. Şimdi ağırlık merkezinin AF doğrusu üzerindeki T noktası olduğunu varsayalım. Bu varsayım anlamsızlığa neden olacak ve sonuç olarak hatalı olduğumuzu, yani ağırlık merkezinin kenarortay üzerinde bulunduğunu anlayacağız. Daha önce gördüğümüz gibi bu 'dolaylı ispat' olarak bilinen ve Arşimet'in çok sevdiği bir mantıksal tekniktir.



Şekil 6.2-2



Şekil 6.2-3

Başlangıç olarak, ağırlık merkezininin AD doğrusu üzerinde değil, başka bir T noktasında olduğunu varsayıyoruz.

Şimdi, işe biraz daha karmaşık bir geometrik yaratıcılık katıyoruz (*bkz*. Şekil 6.2 – 2) ve E ile Z noktalarını ilave ediyoruz. E noktası AB doğru parçasının orta noktası (AE = EB), Z noktası da AC doğru parçasının orta noktası (AZ=ZC) oluyor.

Bu üç noktayı, D,E ve Z noktalarını birleştiriyoruz. Şimdi başlangıçtaki büyük ABC üçgeninin içinde dört küçük üçgen daha oluştu. Eğer bir Yunanlı matematikçi olsaydınız, şu hoş gerçeği kanıtlamak sizin için hiç de zor olmazdı: DÖRT KÜÇÜK ÜÇGENİN HEPSİ BÜYÜK ÜÇGENİN BENZERİDİR VE BİRBİRLERİNE EŞİTTİR. Şimdi, benzer üçgenler boyutları dışında birbirlerine özdeş üçgenlerdir. Büyük üçgendeki T noktasını bu üçgenin ağırlık merkezi olarak varsaydığımızı unutmayın.

Bu yüzden, küçük üçgenlerin ağırlık merkezlerinin de benzer şekilde konumlandırılmış olması gerekir. Bu küçük üçgenlerin ikisinin ağırlık merkezlerini de işaretleyelim. Şimdi şekil 6.2.-3'e geçiyoruz.

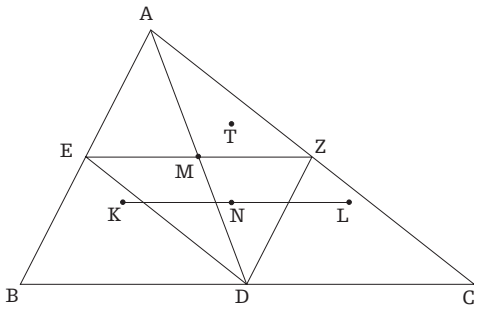
Küçük üçgenlerin ağırlık merkezleri L sağ alttaki üçgenin, K ise sol alttaki üçgenin olmak üzere L ve K noktaları olacaktır. Peki ya kalan diğer iki küçük üçgene ne olacak? Aslında onlar birlikte ele alındıklarında bir paralelkenar oluşturuyor ve basit bir simetri değerlendirmesi onların ortak ağırlık merkezlerinin, köşegenlerinin kesiştiği M noktasında olduğunu gösterir.

Şimdi bir KL doğrusu çizelim (*bkz*. Şekil 6.2-4). Sağ alttaki ve sol alttaki iki küçük üçgeni tek bir geometrik şekil olarak göz önüne aldığımızda ortak ağırlık merkezlerinin nerede olacağı açıktır. Her birinin ağırlık merkezini birleştiren doğrunun tam ortasında bulunmalıdır. Yani, bu iki küçük üçgenin ağırlık merkezi KL doğrusunun üzerinde olmalıdır. Bu orta noktaya N diyelim.

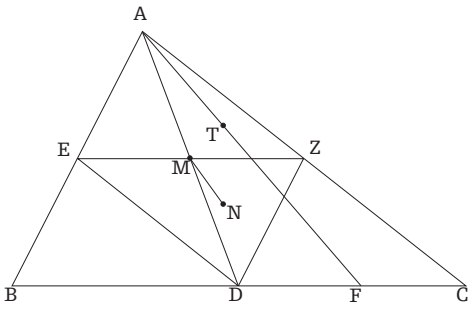
Artık ispatımızı sonuçlandırmaya hazırız (*bkz*. Şekil 6.2-5). AT ve MN doğrularını çiziyoruz. Küçük üçgenlerden ikisinin ağırlık merkezi M noktası, diğer ikisinin ağırlık merkezi ise N noktası. Bu dört üçgenin ortak ağırlık merkezi, yani büyük üçgenin ağırlık merkezi tam olarak MN doğrusunun orta noktasında olmalıdır. Bu diyagramda T noktasının bu doğru parçası üzerinde olmadığını açıkça görüyoruz, ama aslında bu kötü bir kanıtlama yolu ve diyagramlara neden fazla güvenmemek gerektiğinin klasik bir örneği olurdu. Aslında sorumuz şu: T noktasının asla MN doğru parçası üzerinde olamayacağını nasıl biliyoruz?

Bakın şöyle biliyoruz. Herhangi bir üçgende T noktasının MN doğru parçası üzerinde olabilmesi için MN ve AF doğru parçalarının bir noktada kesişiyor olmaları gerekir (aslında, T noktasında kesişmeleri gerekir!)

Ama böyle bir durum olamaz. *AT ve MN doğru parçalarının her zaman paralel olmak zorunda olduklarını ve bu yüzden asla kesişmeyeceklerini* göstermek Arşimet için çok kolay bir iş olurdu. T noktasının MN doğru parçası üzerinde bulunma-



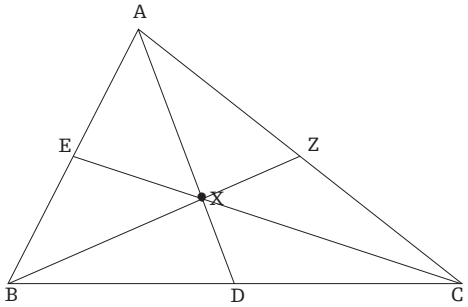
Şekil 6.2-4



Şekil 6.2-5

sını istedik ve bu *iki paralel doğrunun birbirini kesmesini gerektirdi!* Bu yanlış olmalı. T noktasını nerede alırsak alalım, AD gibi kenarortay olmayan bir AF doğru parçası üzerinde olduğu sürece, her zaman iki paralel doğrunun birbirini kesme zorunluluğu gibi anlamsız bir sonuç elde ederiz. Bu yüzden herhangi bir üçgenin ağırlık noktasının gerçek konumunun kenarortayı üzerinde bulunduğunu söyleyebiliyoruz.

Elbette ki her üçgende bir değil üç kenarortay vardır. Bir üçgenin bütün kenarortaylarını çizdiğimizde tek bir noktada kesiştikleri kanıtlanmıştır. Bunu şekil 6.2.-6'daki AD, BZ, CE kenarortayları çizilmiş olan ABC üçgeninde görebiliriz. Bu üç



Şekil 6.2-6

doğru parçası da X noktasında kesişir. Bu X noktası tam olarak belirlenmiş konumdadır: kenarortayın birbirlerini 2:1 oranında bölerler. DX, AD'nin 1/3'ü, ZX, BZ'nin 1/3'ü ve EX, EC'nin 1/3'ü uzunluğundadır. Üçgenin ağırlık merkezi de burada bulunur.

Arşimet size şöyle bir deney yapmanızı da önerebilirdi. Kağıttan kesilmiş bir üçgen alın. Bir kenarortayını çizin. Bu kenarortay uzunluğunun kenardan itibaren 1/3'ünü işaretleyin. Bu noktadan üçgene bir ip bağlayarak tavana asın. Üçgen sabit ve yatay konumda duracaktır. Arşimet bunu nasıl biliyordu? Oh, bu çok basit diyerek açıklıyor Arşimet. Çünkü doğru parçaları ikiye bölündüğünde dört adet eş ve benzer üçgen oluşturur. Bunun nedeni, bazı doğru parçalarının birbirine paralel olmasıdır. Bunun nedeni, geometridir. Mantığınızı izlerseniz kendiniz de göreceksiniz. İnanmayıp dönüp gidebilirsiniz; ama Arşimet haklıdır.

İlk bakışta birbirleriyle ya da fiziksel dünyayla hiçbir ilişkisi yokmuş gibi görünen soyut düşünce ürünleri bir araya gelir ve siz farkına bile varmadan bu soyut spekülasyon fiziksel evreni bağlar ve belirli bir biçimde davranmaya zorlar. Israr ediyorum: Bunu bulmak için hiçbir deney gerekmez. Zihin maddeyi yönetir, çünkü kaba bir maddenin bile mantığa uyması gerekir.

Bu durum bir bakıma bir sihirbazın içine bakmadan cüzdanımızda ne olduğunu söylemesine benziyor. Arşimet de hiç

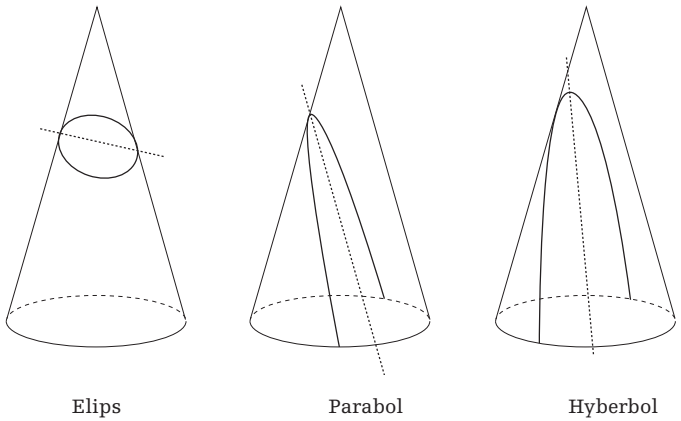
bakmadan bize dünyanın nasıl davranması, bir üçgenin nasıl dengelenmesi gerektiğini söylüyor.

Şimdi bu konuyu biraz daha ileriye götürelim. MÖ üçüncü yüzyılda Siraküza'dan başladık ve yapabileceğimiz tek şey bir üçgeni tavana asmaktı. Ama bu yöntemi yeteri kadar uzun bir süre izlediğinizde, sonunda yirminci yüzyılda Ay'a roket gönderebileceksiniz ve bir atom bombası patlatabileceksiniz. Baştan sona prensip aynı: Siz akıl yürütme gücünüzü evrene uyguluyorsunuz ve evren bu mantığı takip etmek zorunda. Arşimet tarafından keşfedilen prensip budur. Bu eylem halindeki bilimdir.

Denge Kanunu

Bir de bunun tamamlayıcı bir sihir eylemi vardır. Salt matematikle fiziksel bir gerçeği keşfeden zihnin maddeyi yönetmesi sihrinden sonra sırada en az onun kadar şaşırtıcı başka bir sihir durumu daha var: fiziğin matematiksel bir gerçeği ortaya çıkarması, yani maddenin zihin üzerindeki gücü. *Metot'*ta bu da gerçekleştirilmiş. Matematik tarihçilerinin çoğu bunu Arşimet'in yaptığı en inanılmaz iş olarak görür. Bu fiziğin matematik üzerindeki etkisinin bir örneği olmanın yanı sıra şaşırtıcı ve tuhaf bir biçimde sonsuzluk olgusunu da işin içine sokar. Bundan sonraki birkaç sayfada bunları kavramaya çalışacağız.

Bu iş için araçlara ihtiyacımız olacak. Birincisi zaten elimizde: bir üçgenin ağırlık merkezi. Diğeri ise Arşimet'in *Düzlemlerin Dengesi Üzerine* adlı eserinde matematiksel olarak kanıtladığı diğer bir fiziksel gerçek: Denge Kanunu adı verilen bu olaydan daha önce de bahsetmiştik. Kaldıraç Kanunu olarak da adlandırılır. Bu iki araç farklı şeyler yapsa da tamamen aynı matematik kuralına göre çalışır. Arşimet *Metot*' daki ölçümlerini dengeye dayandırır; ama kaldıracı da aynı derecede iyi bilir ve bu kuralı kısa ve öz şekilde şu ünlü cümle ile ifade etmiştir: 'Bana dayanak verin, Dünyayı yerinden oynatayım.' Yani 'Bana yeterince uzun bir kaldıraç verin, istediğiniz her cismi yerinden oynatayım.' Bu nasıl olur? Bu orantılar ilkesi

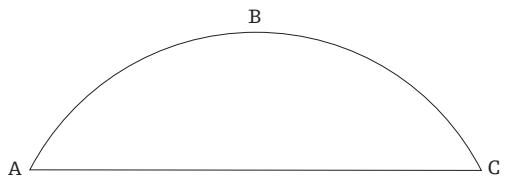


Şekil 6.3: Üç konik kesiti. Bir koni alın ve üç ayrı şekilde kesin: Kenarı tamamen kestiğinizde bir elips; yan kenara paralel kestiğinizde bir parabol; yan kenara paralel olmayan bir kesit ise hiperbol olacaktır.

sayesinde olur. Bunu size öncelikle denge ile açıklamama izin verin.

Herhangi iki cisim alıyoruz ve onları bir teraziye koyuyoruz. Terazinin bir kolundaki birinci cismin ağırlığı, diyelim ki on kilo olsun. Terazinin diğer kolundaki ikinci cismin ağırlığı da diyelim ki iki kilo olsun. Terazinin kefelerinin hareketli tipte olduğunu ve her cismi ortadaki dayanak noktasının yakınına ve uzağına götürebildiğimizi düşünün. Soru, bu cisimlerin hangi mesafelerde dengede olacağıdır. Yanıtı ise şöyledir: Cisimlerin ağırlıklarının oranı 5:1 olduğuna göre dayanak noktasından uzaklıkları da bunun tersi, yani 1:5 olacaktır. Hafif cismin uzaklığı, ağır cismin uzaklığının beş katı olduğunda dengede olurlar. Kural olarak, ağırlıkların oranı dayanak noktasına olan uzaklıklarıyla ters orantıda olduğunda dengede olurlar.

Terazi yerine bir kaldıracımız olduğunda, yine aynı prensip geçerli olur: beş kat daha uzak olan cisim, beş kat ağır olan cismi tam olarak dengeleyebilir. Arşimet bunları *Düzlemlerin Dengesi Üzerine* adlı eserinde, tabi ki salt düşünce alanında



Şekil 6.4-1

kanıtlamıştı: Salt düşünce alanında, Arşimet Dünya'yı yerinden oynatmıştı.

Şimdi tekrar ediyorum: (a) bir üçgenin ağırlık merkezi kenarortayını ikiye bir oranında böler; (b) dayanak noktasına uzaklıklarının oranı, ağırlıklarının oranının tersine eşit olan cisimler dengede olurlar. Bunlar fiziksel dünya ile ilgili iki gerçektir. Bunların yardımıyla bir parabol kesitinin alanını hesaplayacağız; yani bir kez daha, eğri bir şeklin doğrusal kenarlı bir şekle nasıl eşit olduğunu göstereceğiz. Arşimet'in bu sonucu bir yolla elde edişini daha önce görmüştük; *Metot*' ta bunu çok daha gösterişli bir başka yolla da yapar; ki bu kendi içinde de bir sürpriz oluşturur: Üçgenlerin ve terazilerin parabollerle ilgisi olacağı kimin aklına gelir?

Parabol

Parabolik kesit kavramı son derece soyut bir kavramdır. Paraboller Yunan matematikçilerinin insan zihninde fiziksel hiçbir anlamı olmayan, salt geometrik fantezi amacıyla icat ettikleri bir eğriler ailesine aittir. Bir koni alıyoruz ve onu bir düzlemle kesiyoruz. Kesimi yapma şekline bağlı olarak üç tür kesitten birini elde ederiz: hiperbol, parabol veya elips (*bkz* şekil 6.3). Daireler, kareler ve üçgenler anlamlı şekillerdir; az ya da çok günlük hayatta onlarla karşılaşırız. Hiperbol, parabol ve elipsler öyle değildir. Yarattıkları ilgi, konik kesitlerin kombinasyonlarıyla ortaya çok hoş geometrik orantıların çıkmasından kaynaklanır.

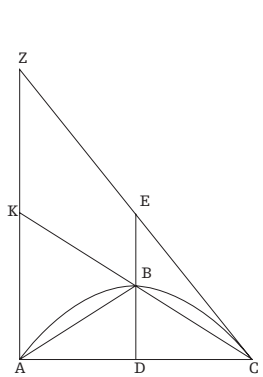
Konik kesitleri geometrik oyunlarında yardımcı olmaları için geometriciler tarafından icat edilen oyuncaklar olarak

düşünmek mümkündür. Matematiğin, fiziğin önüne geçmesine, salt düşüncenin fiziksel evreni yönetmesi ironisine dönüp duruyorum ve bu da ironilerin en ilginçlerinden biridir: Geometrik oyuncaklar olarak icat edilmiş olan konik kesitlerin, uzaydaki hareketleri tanımlayan eğriler oldukları ortaya çıkmıştır. Elektronların atom çekirdeği etrafındaki yörüngeleri, Ay'a iniş yapan bir roket, bir mancınığın fırlattığı bir kaya; bütün bu hareketler konik kesitlerin eğimlerine uyar. Öyle ki, bu çalışma aslında modern bilime öncülük eden en önemli yollardan biri olmuştur.

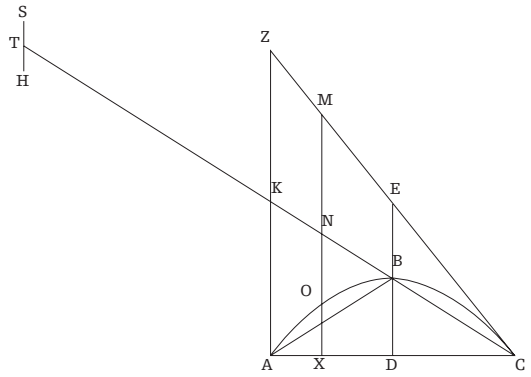
İKİNCİ İSPAT: PARABOLİK KESİTİN ALANI, YA DA MADDE ZİHNİ YÖNETİR

Parabolik segmentin alanı üzerinde yoğunlaşarak bu rotada devam ediyoruz. (*bkz*. Şekil 6.4 -1) Parabolik kesit terimi ile bir parabol ve onu kesen bir doğru arasında kalan ABC gibi bir alanı kastediyoruz. (ABC bir parabol; AC ise bir doğru). Tabi ki bir parabolik kesitin eğrisel bir alan olduğunun farkına varmışsınızdır. Bu Arşimet'in zihnini sürekli meşgul eden büyük bir gizemdir: Eğrisel şekiller nasıl ölçülür; bunlar düz kenarlı bir şekle nasıl indirgenebilir? Bunu az sonra göreceğiz.

Şimdi bir sonraki şekle geçeceğim (şekil 6.4-2) ve bazı gerçekleri belirteceğim. Öncelikle her parabol bir simetri ekseni-



Şekil 6.4-2



Şekil 6.4-3

ne sahiptir. Bu şekilde eksen, BD doğrusudur ve parabolün bu doğrunun solunda ve sağında kalan kısımları 'birbirinin aynıdır'.

Aşağıdaki gerçekleri açıklayabilmek için bu yapıya birkaç parça ilave etmemiz gerekiyor. Parabolik segmente C noktasından bir tanjant, yani CZ doğrusunu çiziyoruz. Parabol eksenine A noktasından paralel bir doğru, yani AZ doğrusunu çiziyoruz. Tanjantın ve paralelin Z noktasında kesiştiğini görüyorsunuz. Sonuç olarak parabolik segmenti bir üçgen içine almış oluyoruz: ABC alanı AZC üçgeni ile çevrelendi. Aynı zamanda DB doğrusunu E noktasına, CB doğrusunu ise K noktasına kadar uzattım.

İlginç bir geometrik özellikler serisi (parabolün diğer özelliklerinin yanı sıra)eksenin parabolü tam ortadan bölüyor olması gerçeğine dayanıyor. Bunları şöyle sıralayabiliriz:

- K noktası AZ doğrusunun orta noktasıdır.
- B noktası DE doğrusunun orta noktasıdır.
- AKC üçgeninin alanı, AZC üçgeninin alanının yarısına eşittir.
- B noktası KC doğrusunun orta noktasıdır.
- ABC üçgeninin alanı AKC üçgeninin alanının yarısına eşittir.

Bu özelliklerin hepsi birlikte ele alındığında, diğer bazı şeylerin yanı sıra şu sonucu doğurur:

- Büyük AZC üçgeninin alanı, küçük ABC üçgeninin alanının dört katıdır.

Bu daha önceki ispatlarda da görmüş olduğumuz, bir üçgenin daha küçük üçgenlere bölünmesine benzer ve daha sonra Arşimet tarafından kullanılacaktır.

Şimdi size parabollerin garip özelliklerinin birinden bahsetmek istiyorum. BD parabolünün eksenine bir paralel çiziyoruz (*bkz*. Şekil 6.4-3). Çizebileceğimiz sonsuz sayıda paralelden rastgele herhangi birini, diyelim ki MX doğrusunu çiziyoruz. MX doğrusu BD'ye paraleldir. İşte garip özellik burada ortaya çıkıyor (ve bu genellikle olduğu gibi bir orantı şeklinde oluyor).

- MX doğru parçasının OX doğru parçasına oranı, AC çapının AX'e oranına eşittir.

Cebirsel eğilimi olanlar için bu özellik sembolik olarak şöyle ifade edilebilir: (MX:OX::AC:AX)

Şimdi rastgele seçilmiş olan MX doğrusuna geçelim. Diyagrama birkaç ayrıntı daha ekleyeceğiz. Önce, C ve B noktalarını birleştiren doğruyu uzatıyoruz. Bu doğru, MX doğrusunu N noktasında, ZA doğrusunu ise (daha önce gördüğümüz gibi) K noktasında keser. Bu doğruyu KT'nin KC'ye eşit olacağı T noktasına kadar uzatıyoruz, böylece K noktası TC doğrusunun orta noktası olur.

Daha sonra pek alışılmışın dışında bir şey yapıyoruz. Bunu neden yaptığımızı anlamak biraz zamanımızı alacak. OX doğru parçasını alıyoruz ve onu KC doğrusunun uzantısındaki T orta noktası olacak şekilde SH konumuna taşıyoruz. Bu bir düşünce deneyidir ve zihnimizde yeri değiştirilmiş bir geometrik doğru canlandırıyoruz. Bu şimdiden heyecan verici bir hale geldi, çünkü Arşimet az önce bir geometrik objeyi – onu fiziksel bir cisimmiş, taşıyabileceği bir odun parçasıymış gibi düşünerek- bir yerden bir yere taşıdı.

Şimdi bu işlemin birkaç sonucunu belirteceğim. Öncelikle ilk baştaki orantıları, parabollerin garip sonuçlarını hatırlayalım:

- MX doğru parçasının uzunluğunun OX doğru parçasının uzunluğuna oranı, AC doğru parçasının AX doğru parçasına uzunluğuna olan oranına eşittir.

İkinci olarak, MX ve ZA doğru parçaları paralel olduklarından (MX doğru parçasını bu şekilde çizmiştik), bu orantı aşağıda da geçerlidir:

- AC doğru parçasının uzunluğunun AX doğru parçasının uzunluğuna oranı, KC doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.

Bunlar sadece paralel doğrular üzerinde kaydırarak elde ettiğimiz 'eşitlik' orantılarıdır ve (ortadaki terimi kaldırarak) ulaşacağımız şu sonucu da hemen görebilirsiniz:

- MX doğru parçasının uzunluğunun OX doğru parçasının uzunluğuna oranı, KC doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.

Rastgele alınmış paralel bir doğru parçası olan MX'in uzunluğunun onun daha küçük bir parçası olan OX'e oranı, sadece AC tabanının, daha küçük bir parçası olan AX'e değil, aynı zamanda KC doğru parçasının, KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşit oluyor.

Ayrıca, K noktasının TC doğru parçasının orta noktası olduğunu, yani TK = KC olduğunu hatırlayın. Bu durumda KC için doğru olan her şey, TK için de doğru olacaktır. Dolayısı ile aşağıdaki ifade de doğru olmalıdır:

- MX doğru parçasının uzunluğunun OX doğru parçasının uzunluğuna oranı, TK doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.

Rastgele alınmış paralel bir doğru parçası olan MX'in uzunluğunun onun daha küçük bir parçası olan OX'e oranı, TK doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.

(Arşimet'in ne elde ettiğine dikkat edin. Onun şimdiye kadar belirttiği oranların hepsi bir doğru parçasının uzunluğunun kendisinin bir parçasına olan oranı paketinin içindeydi. Ancak, bu son verdiği, TK doğru parçasının KN doğru parçasına olan oranı bu paketi açıyor ve bu ilişkiyi birbirlerine tek bir noktada dokunan bağımsız iki doğru parçası arasındaki ilişkiye dönüştürüyor. Bu bize daha sonra yararlı olacak.)

Son olarak, işin içine başka bir değerlendirmeyi daha katabiliriz. OX için geçerli olan her şey SH için de geçerli olacaktır. Bu zaten bizim başlangıçta yaptığımız düşünce egzersiziydi: OX doğru parçasını, SH olacak şekilde aktarmak. Bu iki doğru özdeştir. Yukarıda rastgele alınmış paralel bir doğru parçası olan MX'in uzunluğunun onun daha küçük bir parçası olan OX'e oranı, TK doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşit olduğunu söylemiştik.

Şimdi (ikisi özdeş olduklarından) OX doğru parçasını, SH doğru parçası ile değiştiriyorum ve şunu söyleyebiliyorum:

- MX doğru parçasının uzunluğunun SH doğru parçasının uzunluğuna oranı, TK doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.

Rastgele alınmış paralel bir doğru parçası olan MX'in uzunluğunun onun daha küçük bir parçası olan SH'ya oranı, TK doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.

Bu son oran, aramakta olduğumuz orandır. Sihirbaz bir numara yapmak üzere. Şu ana kadar OX doğru parçasını fiziksel bir doğru olarak düşünüp onu SH konumuna taşımak gibi bir düşünsel deneyde bulunmuştuk. Şimdi çok daha radikal bir başka düşünsel deney yapacağız. Arşimet'ten önce buna benzer bir şeyi hiç kimse söylememişti.

Şimdi de MX ve SH doğru parçalarının, dayanak noktası K olan bir terazinin kolunda dengede olduklarını düşünelim. Onları ağırlıkları olan – ki bu onların uzunluklarının yansıması olacak - fiziksel cisimler gibi göreceğiz. Bu iki doğru parçasının birer ağırlık merkezi vardır ve tabi ki bu orta noktaları olan, sırasıyla N ve T noktaları olacaktır.

Yaptığımız şeyi görüyorsunuz: geometrik cisimleri fiziksel objelermiş gibi kabul ettik. Tekrar ediyorum: Arşimet'ten önce hiç kimse böyle bir şey yapmadı. Fiziğin matematiksel olarak ele alınışını keşfettiği gibi, salt matematiğin de fizik gibi ele alınabileceğini keşfetti.

Daha önce elde ettiğimiz sonucu hatırlayalım: 'MX doğru parçasının uzunluğunun SH doğru parçasının uzunluğuna oranı, TK doğru parçasının uzunluğunun KN doğru parçasının uzunluğuna olan oranına eşittir.' Peki MX ile SH arasındaki ağırlıkların oranı nedir? Uzunluklarının birbirine olan oranıdır. MX doğru parçasının SH doğru parçasına oranıdır. Bu da daha önce görmüş olduğumuz gibi TK doğru parçasının KN doğru parçasına olan oranıyla aynıdır; yani doğru parçalarının oranı, onların dayanak merkezinden uzaklıklarının oranının tersine eşittir.

Terazi Kuralını uyguladığımızda Arşimet tarafından yapılan o harika gözlemi elde ederiz: İki doğru parçası, MX ve SH, dayanak merkezleri olan K noktasında dengede olurlar.

Baş döndürücü değil mi? Nefesinizi tutun: şimdi daha da baş döndürücü bir başka düşünce deneyi yapacağız. Bu numarayı bitiren sihirbazımız şimdi bir diğerini hazırlıyor. Rastgele çizilmiş MX doğru parçası, kendisinin daha küçük bir parçası olan OX doğru parçasının orta noktası T olacak şekilde taşındığında, bu doğru parçasını K dayanak merkezinde tam olarak dengeler. MX doğru parçasını rastgele seçiyoruz. Hangi paralel doğruyu seçersek seçelim, aynı şey geçerli olacaktır. Oranlar değişecek, ama birbirlerine göre orantıları aynı kalacaktır.

Bir başka deyişle, AZC üçgeni içindeki her paralel doğru parçası, ABC parabolik segmentinde karşılık olan parçayı, K dayanak noktasında dengeler. Bu konuda mutabık isek aşağıdaki konuda da aynı fikirde olmamız gerekir:

AZC üçgeninin içindeki bütün paralel doğru parçaları hep birlikte ele alındığında, parabolik kesitin (T konumuna taşınmış olarak) hep birlikte ele alınan bütün parçalarını K dayanak noktasında dengeler.

Veya daha da iyisi:

AZC üçgeni ABC parabolik kesitini (T noktasında konumlanmış) K dayanak noktasında dengeler.

Bunun farklı bir şekli nasıl olabilir? Üçgeni ve parabolik kesiti paralel doğru parçalarıyla dilimlenmiş hale getiriyoruz ve bu dilimlemeyi her yapışımızda aynı dayanak noktası etrafında aynı şekilde dengelendiğini görüyoruz. Böylece üçgeni ve parabolik kesiti birer bütün olarak aldığımızda, aynı denge kuralına uyduğunu görüyoruz. Üçgen ve parabolik kesit birer bütün olarak, aynı doğru parçası çiftleri gibi birbirlerini aynı dayanak noktasında dengelerler.

O yüzden tekrar ediyorum: Bir bütün olarak üçgen, bir bütün olarak parabolu K dayanak noktasında dengeler.

Aktarılmış olan parabolik kesitin ağırlık merkezinin nerede olduğunu biliyoruz: bu merkez T noktasıdır. Ne de olsa bu bizim yaptığımız bir düşünce deneyimi: bir parabolik kesiti, her birinin ağırlık merkezi T'de olacak şekilde birbirine paralel

doğru parçaları halinde taşıdık; eğer her doğru parçasının ayrı ayrı ağırlık merkezleri T ise, hep birlikte alındıklarında da öyle olacaktır.

O halde şunu söyleyebiliriz: Diyagramın pozisyonunda yerleştirilmiş olan üçgen, ağırlık merkezi T olan parabolik kesiti K dayanak noktasında dengeler.

Peki üçgenin ağırlık merkezi nedir? Bu soruyu birkaç sayfa önce oldukça sıkı çalışmıştık. Üçgenin ağırlık merkezi kenarortayın 1/3 uzaklığındadır; yani KC doğru parçasının 1/3'ündedir.

Ama KC doğru parçasının 1/3'ü, KT doğru parçasının da 1/3'ü kadardır; yani, üçgenin ağırlık merkezinin K dayanak noktasına olan uzaklığı, parabolik kesitin ağırlık merkezinin dayanak merkezine olan uzaklığının 1/3'ü kadardır.

Parabolik kesit dayanak merkezine üçgenin olduğundan üç katı uzaklıktadır, bu nedenle üçgenin ağırlığı parabolik kesitin ağırlığının üç katı olmalı ve yine bu nedenle üçgenin alanı parabolik kesitin alanının üç katı olmalıdır.

Bu sonucu çok daha zarif bir hale getirebiliriz. AZC üçgeninin tam olarak dörtte biri büyüklüğünde olduğunu hatırlayacağımız ABC üçgenini düşünelim. Diğer bir deyişle ABC parabolik segmenti, ABC üçgeninin üçte dördüdür.

Daha basit söyleyecek olursak: Parabolik bir segment, onu kapsayan üçgenin üçte dördüdür.

İşte bu sihir anıdır. Arşimet'in yazdığı her bilimsel eserde böyle anlardan en az bir tane bulunduğunu düşünürseniz bu adamın nasıl biri olduğunu görebilirsiniz. *Metot*'ta her önerme aynı derecede sihirseldir. 1906 yılında Heiberg'in o kadar heyecanlanmasına şaşırmamak gerek.

Bizi bu sihre götüren karmaşık yola dikkat edin. Geometrik objeleri fiziksellermiş gibi düşünerek bir düşünce egzersizi yaptık. Ve sonra dahası da var. Dilim çiftlerinin, üçgenden ve parabolik kesitten alınan rastgele doğru parçası çiftlerinin sonucunu gördük. Daha sonra *üçgenin ve parabolik kesitin kendilerini bir bütün olarak* ele aldık.

Diğer bir deyişle, dört doğru parçası arasındaki bir oranı aldık ve onu sonsuz kadar çok sayıda doğru parçasıyla bağlan-

tılı bir oran haline dönüştürdük; üçgeni ve parabolü oluşturan sonsuz sayıda paralel doğru parçası.

Bunu yapmamıza izin var mıydı? Bu soru Arşimet'ten zamanımıza kadar matematikçilerin baş sorusu olmuştur. *Metot*, matematiği, fiziği ve sonsuzluğu bir araya getirirken bilimin en temel sorularını da ortaya koymuştur. Newton'un kalkülüsünü öngörmüştü; ama bu kalkülüsün kavramsal zorluklarını da önceden görmüştü.

Arşimet sonsuzluk hakkında neler biliyordu? 1999 yılının Haziran ayında bu konuda bir fikrimiz yoktu. Ve bu herkesin zihnini meşgul eden bir soruydu: eğer *Metot*' da yeni bir şey bulabilirsek bu ne olabilirdi? Palimpseste bakacak ve sonunda onu okuyabilecektik. Ama 1999 yılının Haziran ayında Abigail kitabın cildini henüz ayırmamıştı. Beyin hala kafesteydi ve ben de sabırsızlıkla onun serbest kalmasını bekliyordum.

7

KRİTİK YOL

Eski eser restoratörleri dikkat odağı olmaktan hoşlanmazlar ama ben Abigail Quandt'ı tam da böyle bir yere koymuştum: halkın gözü önüne ve onların denetlemelerine açık bir konuma. Leonardo'nun *Son Yemek* tablosunun, Michelangelo'nun *David* heykelinin üzerinde çalışıyorsanız ya da Arşimet'in düşüncelerinin tek şahidi oluyorsanız, hata yapmasanız iyi olur. Herkes size ne yapmanız gerektiğini söyler ama bunu sadece siz yapabilirsiniz. Abigail'in karşı karşıya kaldığı sorunlar hakkında hiç kimsenin fikri yoktu. Şu anda biliyorlar, ama o zaman farkında değillerdi. Onun görevi, program yöneticisi Mike Toth'un nitelendirdiği gibi sadece bir kritik yol değildi, aynı zamanda en önemli ve en zahmetli işlerden biriydi. Reviel'in yaptığı gibi, *Metot*'un daha fazlasını görmek için herkesin beklemesi gerekiyordu. İşte size Abigail'in hikayesi.

Muhtemelen Abigail'in bir kitap konservatörü olduğunu düşünüyorsunuz ve gerçekten de öyledir. Ama o normal bir kitap konservatörü değil. Kitap konservatörlerinin çoğu kağıttan yapılmış kitaplarla çalışır; pek azı parşömen el yazmalarıyla