

Tomosentez iin İki Boyutlu İmge Geri-Çatımı 2D Image Reconstruction for Tomosynthesis

Serkan Tüzün¹, İsa Yıldırım², Mustafa Kamaşak³, Aydın Akan¹

¹ Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
İstanbul Üniversitesi
{stuzun,akan}@istanbul.edu.tr

² Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
İstanbul Teknik Üniversitesi
iyildirim@itu.edu.tr

³ Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
İstanbul Teknik Üniversitesi
kamasak@itu.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada, sınırlı açıdan elde edilmiş birkaç izdüşüm ile iki boyutlu imge geri-çatım problemi için Cebirsel Geriçatım Tekniği'nde (CGT), Toplam Değişimi (TD) Enküçükleme yönteminin başarımı incelenmiştir. TD enküçükleme CGT'nin son yinelemesi (CGT+TD_{son}) ve her yinelemesinde (CGT+TD) uygulanmak üzere iki farklı yol izlenmiştir. Geri-çatım probleminde analitik bir yöntem olan Süzgeçlenmiş Geri İzdüşüm (SGİ) yöntemi de kullanılmıştır. SGİ, CGT, CGT+TD_{son} ve CGT+TD neticesinde elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Abstract

In this paper, the performance of Total Variation (TV) Minimization on Algebraic Reconstruction Technique (ART) is analyzed for a 2D image reconstruction problem from several projections for limited angle. Therefore TV minimization is applied in two forms; applying at last iteration of ART (ART+TV_{end}) and applying at every iteration (ART+TV). Filtered Back Projection (FBP) is used as an analytical method for the reconstruction problem. The results obtained at the end of FBP, ART, ART+TV_{end} and ART+TV are compared.

1. Giriş

Tomosentez, iki plaka arasına sıkıştırılmış memenin muayenesinde kullanılan üç boyutlu (3B) görüntüleme yöntemidir. X-ışın kaynağı sıkıştırılmış meme dokusu üzerinde belli bir açıya sahip yay boyunca yapılan bir dizi düşük dozlu ışınlama neticesinde meme dokusunun farklı açılardan elde edilmiş izdüşümleri kullanılarak tomosentez dilimleri oluşturulur[1]. Göğüs dokusu yoğunluğu, üst üste gelen yapılar ve 2B mamografi imgelerinde görülen yapısal gürültü gibi problemler geri-çatılmış Tomosentez dilimlerinde azalmaktadır.

Analitik geri-çatım yöntemleri (Süzgeçlenmiş Geri İzdüşüm gibi) ve eniyileme tabanlı yinelemeli yöntemler (cebirsel yöntemler gibi) imge geri-çatımı probleminin çözümünde kullanılmakta olan iki farklı yaklaşımdır. Medikal görüntüleme cihaz üreticileri daha ziyade analitik geri-çatım yöntemlerinden Süzgeçlenmiş Geri İzdüşümü (SGİ) kullanmaktadır.

SGİ'nin başarımı için düşük seviyede gürültüye maruz kalmış yeterli miktarda izdüşüm verisine ihtiyaç duyulmaktadır [2]. Buna karşın, yinelemeli yöntemlerden Cebirsel Geri-çatım Tekniğinin (CGT) ihtiyaç duyduğu veri miktarı (izdüşüm sayısı) daha az ve gürültüye karşı dayanıklılığı daha fazladır [3]. Yinelemeli yapısından ötürü CGT'nin işlem yükü daha fazla ve işlem süresi daha uzundur. Söz konusu olumsuzlukların üstesinden gelmek için son zamanlarda yapılmakta olan çalışmalar artmaktadır [4-7].

Bu çalışmada TD enküçüklenerek CGT'nin başarımına etkisi gözlemlenmiş ve sonuçlar SGİ ile kıyaslanmıştır.

2. Genel Bilgiler

X-ışın kaynağı ile detektör arasında konumlandırılan doku fiziksel yapısına bağlı olarak içinden geçen X-ışınını farklı oranlarda soğurur. Detektör üzerinde okunan değerler ışın yolu boyunca soğurma değerlerinin çizgisel integralidir. i . ışın için ölçülen izdüşüm değerinin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j = p_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

w_{ij} , j . birim hacimden geçen i . ışının uzunluğunu, f_j j . birim hacimin soğurma değerini, p_i detektörün i . pikselinde okunan değeri ve M toplam ışın sayısını göstermektedir.

$$\begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{M1} & \dots & w_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix} \quad (2)$$

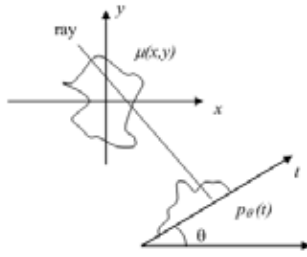
(2) deki eşitlik, (1)' in matris formunda gösterimidir. Denklem sayısı M , bilinmeyen sayısı N 'den küçük olduğu için matrisin tersi yöntemi ile çözüm mümkün değildir. Bu tür problemlerin çözümü için analitik ve yinelemeli yöntemler kullanılmaktadır. Bu çalışmada, analitik yöntemlerden SGI ve yinelemeli yöntemlerden CGT ile imge geri-çatımı yapılmıştır. Işın uzunlukları Siddon yöntemi [8] ile tespit edilmiştir.

2.1. Süzgeçlenmiş Geri İzdüşüm

Radon dönüşümü, imgenin $\mu(x,y)$ içinden geçen, θ açılı düzlemi kesen ışın boyunca hesaplanan çizgisel integraldir.

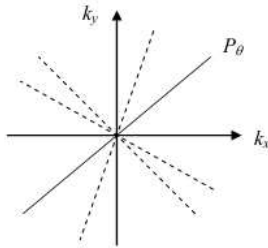
$$p_\theta(t) = \iint \mu(x,y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy \quad (3)$$

$\delta(\cdot)$ Dirac delta fonksiyonunu göstermektedir. θ açısı için hesaplanan izdüşüm Şekil 1' de gösterilmiştir.



Şekil 1: Radon dönüşümü [3]

Fourier Dilim Teoremi'ne göre, θ açısı için hesaplanan izdüşümün $p_\theta(t)$ Fourier dönüşümü, dönüşüm uzayında soğurma fonksiyonuna $\mu(x,y)$ ait Fourier dönüşümünün θ doğrultusundaki değerlerine $P_\theta(\rho)$ eşittir.



Şekil 2: θ açılı izdüşümün $p_\theta(t)$ Fourier dönüşümü [3]

$|\rho|$ ile ölçeklenen ve 1B Fourier dönüşümü hesaplanan $P_\theta(\rho)$ 'nin geri izdüşümü neticesinde soğurma fonksiyonu (imge) $\mu(x,y)$ elde edilir [9].

$$\begin{aligned} \mu(x,y) &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty P_\theta(\rho, \theta) \exp[i2\pi\rho(x \cos \theta + y \sin \theta)] \rho d\rho \\ &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^\infty |\rho| P_\theta(\rho, \theta) \exp[i2\pi\rho(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\rho \quad (4) \end{aligned}$$

2.2. Cebirsel Geri-Çatım Tekniği

Cebirsel Geri-çatım Tekniği, 3B elektron mikroskopisinde üç boyutlu nesnenin geri-çatımı için Gordon, Bender ve Herman tarafından önerilmiş bir yöntemdir [10].

Yinelemeli bir yöntem olan CGT, her bir yinelemede hatayı geri yansıtarak f_i değerleri ile ifade edilen nesnenin geri-çatımını gerçekleştirir.

Yöntemde $\vec{f}^{(0)}$ ilk değer olarak seçilir, $\vec{f}^{(0)}$ için elde edilen izdüşüm değeri ile gerçek izdüşüm değeri arasındaki fark, geri yansıtılarak $\vec{f}^{(1)}$ elde edilir. Belirlenen koşula göre her bir yinelemede $\vec{f}^{(ite)}$ değeri güncellenir.

$$\vec{f}_j^{(ite)} = \vec{f}_j^{(ite-1)} + \frac{p_i - \sum_{k=1}^N \vec{f}_k^{(ite-1)} \cdot w_{ik}}{\sum_{k=1}^N w_{ik}^2} \quad (5)$$

Hata parametresi olan $\Delta f_j^{(ite)}$, bir diğer ifade ile ölçülen izdüşüm değeri p_i ve hesaplanan izdüşüm değeri $\sum_{k=1}^N \vec{f}_k^{(ite-1)} \cdot w_{ik}$ arasındaki fark $\sum_{k=1}^N w_{ik}^2$ ile normalize edilerek her yinelemede kestirilen imgenin önceki değerleri $\vec{f}_j^{(ite-1)}$ üzerine eklenir. Belirlenen maksimum yineleme sayısına ulaşıncaya kadar yineleme tekrar eder [9,11].

2.3. Toplam Değişimin Enküçüklenmesi

Toplam Değişim (Total Variation - TV) Bilgisayarla Görü alanında ters problemlerin çözümünde düzenleyici bir kriter olarak ilk kez Rudin, Osher ve Fatemi tarafından önerilmiştir [12].

Çoğu zaman medikal uygulamalarda elde edilen tomografi görüntülerinde, bir organ boyunca renk fazla değişmemektedir. Keskin değişimler iç yapıların sınırlarında görülmektedir. İmgenin kendisi seyrek değerlerden (sparse) oluşmasa da, imgenin gradyanının genliğinden oluşturulan yeni imge seyrek değerli (sparse) olabilmektedir [13,14].

İmgenin gradyan genliği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$|\vec{\nabla} f_{s,t}| = \sqrt{(f_{s,t} - f_{s-1,t})^2 + (f_{s,t} - f_{s,t-1})^2} \quad (6)$$

$f_{s,t}$ imgenin piksellerini ifade etmektedir. (6) ile hesaplanan büyüklük gradyan imge olarak isimlendirilmektedir.

$$\begin{aligned} \|f_{s,t}\|_{TV} &= \sum_{s,t} |\vec{\nabla} f_{s,t}| \\ &= \sum_{s,t} \sqrt{(f_{s,t} - f_{s-1,t})^2 + (f_{s,t} - f_{s,t-1})^2} \quad (7) \end{aligned}$$

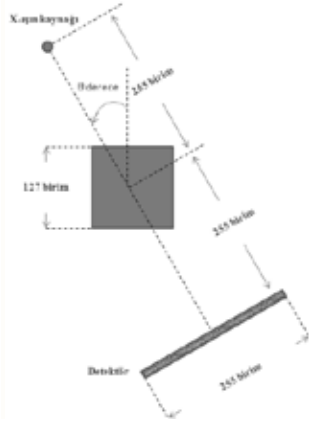
(7) eşitliği bir imgenin TD'ni göstermektedir. Burada hedeflenen gradyan imgenin l_1 -normu olan TD'ni enküçüklemeektir.

$$\min \|f_{s,t}\|_{TV} \implies W \vec{f} = \vec{p}, \quad f_j \geq 0. \quad (8)$$

W , ışın uzunluğu matrisini, \vec{f} imgeyi ve \vec{p} de izdüşüm değerlerini ifade etmektedir.

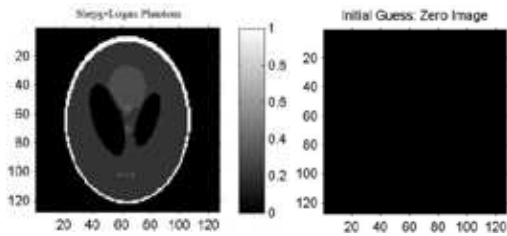
3. Uygulanan Yöntem

Farklı açılardan izdüşüm değerleri hesaplanacak nesne koordinat sisteminin (+,+) bölgesinde yer almaktadır. X-ışın kaynağı, nesne ve detektörün konum ve uzunlukları Şekil 3'te gösterilmiştir. X-ışın kaynağı ve detektör, nesne merkezine göre döndürülmektedir. θ açısı saat yönünün tersi için pozitif değerler almaktadır.



Şekil 3: X-ışın kaynağı, nesne ve detektör

Çalışma üç kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda SGI ile imge geri-çatımı gerçekleştirilmekte, ikinci kısımda imge geri-çatım yöntemi olarak CGT kullanılmakta ve son yinelemesinde TD enküçükleme yapılmaktadır. Son kısımda ise CGT'nin her yinelemesinde TD enküçükleme uygulanmaktadır. Çalışmada nesne olarak Shepp-Logan fantomu ilk değer için de sıfırlardan oluşan bir imge seçilmiştir. $[-25^0, 25^0]$ ve $[-85^0, 85^0]$ aralıklarında 11 kesitli görüntüleme esas alınarak yöntemler uygulanmıştır. Maksimum yineleme sayısı 50 seçilmiştir.



Şekil 4: Shepp-Logan fantomu ve ilk değer

Kontrast-gürültü oranı CNR ve ortalama karesel hata RMSE değerleri hesaplanarak yöntemlerin başarımları kıyaslanmıştır.

$$CNR^{(ite)} = \frac{\text{ortalama}(f^{(ite)}) - \text{ortalama}(f_{bg}^{(ite)})}{\text{standart sapma}(f_{bg}^{(ite)} - f_{bg})} \quad (9)$$

$$RMSE^{(ite)} = \sqrt{\text{ortalama}((f - \tilde{f}^{(ite)})^2)} \quad (10)$$

f imgeyi, f_{bg} imgenin arka plan değerini, $\tilde{f}^{(ite)}$ ite yinelemede geri çatılan imgeyi ve $\tilde{f}_{bg}^{(ite)}$ ite yinelemede geri çatılan imgenin arka plan değerlerini göstermektedir.

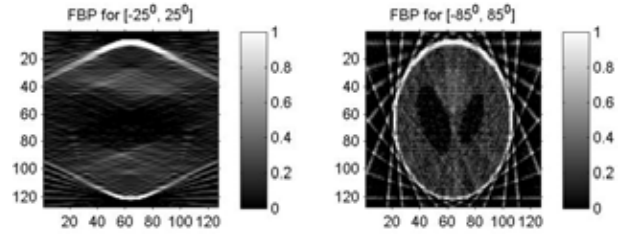
CNR değerindeki artma ve RMSE değerindeki azalma, geri çatılan imge ile gerçek imge arasındaki benzerliğin arttığını ifade etmektedir.

4. Benzetim Sonuçları ve Bulgular

4.1. Süzgeçilmiş Geri İzdüşüm

$[-25^0, 25^0]$ ve $[-85^0, 85^0]$ aralıklarında 11 kesit için Şekil 4'te gösterilen imgeye Radon dönüşümü uygulanmıştır. Elde edilen

izdüşümler kullanılarak SGI yöntemi ile $[-25^0, 25^0]$ ve $[-85^0, 85^0]$ aralıklarında 11 nokta için imge geri-çatım yapılmıştır.



Şekil 5: SGI ile geri-çatılan imgeler

SGI sonucunda elde edilen imgeler için hesaplanan CNR ve RMSE değerleri Tablo 1'de yer almaktadır.

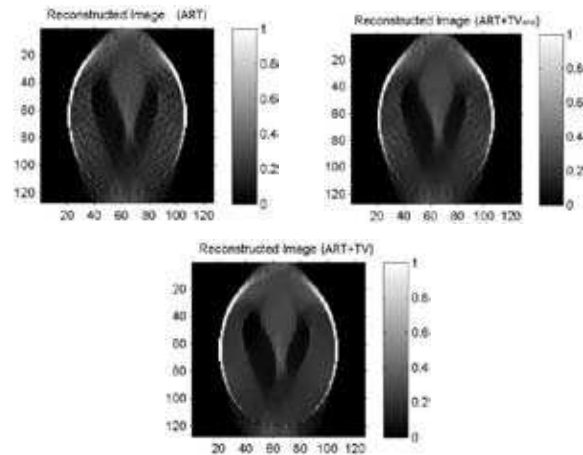
Tablo 1: SGI için CNR ve RMSE değerleri

	<i>SGI</i> <i>[-25⁰, 25⁰]</i>	<i>SGI</i> <i>[-85⁰, 85⁰]</i>
CNR	0.6361	1.0064
RMSE	0.2699	0.2311

4.2. TD Enk. , klemesi

CGT'nin son yinelemesinde ($CGT+TD_{son}$) ve CGT'nin her yinelemesinde ($CGT+TD$) TD enküçükleme uygulanmak üzere iki farklı yol takip edilmiştir.

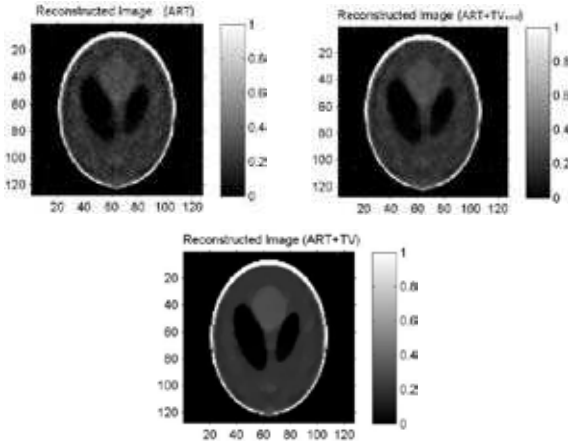
$[-25^0, 25^0]$ aralığı için CGT, $CGT+TD_{son}$ ve $CGT+TD$ yöntemleri ile geri-çatılan imgeler Şekil 6'da gösterilmiştir.



Şekil 6: $[-25^0, 25^0]$ aralığı için CGT, $CGT+TD_{son}$ ve $CGT+TD$ ile imge geri-çatım

$[85^0, 85^0]$ aralığı için CGT, $CGT+TD_{son}$ ve $CGT+TD$ yöntemleri uygulanarak elde edilen imgeler Şekil 7'de gösterilmiştir.

Tablo 2'de CGT, $CGT+TD_{son}$ ve $CGT+TD$ yöntemlerinin son yinelemelerinde hesaplanan CNR ve RMSE değerleri yer almaktadır.



Şekil 7: $[-25^0, 25^0]$ aralığı için CGT, CGT+TD_{son} ve CGT+TD ile imge geri-çatım

Tablo 2: CNR ve RMSE değerleri

	[-25°, 25°]			[-85°, 85°]		
	CGT	CGT + TD _{son}	CGT + TD	CGT	CGT + TD _{son}	CGT + TD
CNR	2.977	3.061	3.580	7.591	7.960	11.68
RMSE	0.1292	0.1274	0.1176	0.0675 4	0.6446	0.0457 5

Sonuçlar incelendiğinde;

- TD enküçüklemenin RMSE değerini azalttığı ve CNR değerini arttırdığı görülmüştür. Bu nedenle, geri-çatımla imge gerçek imgeye yakınsamaktadır.
- CGT+TD_{son} CGT'den daha iyi sonuçlar verirken, CGT+TD'nin CGT+TD_{son}'den daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür.
- $[-85^0, 85^0]$ aralığı için elde edilen izdüşümler kullanılarak gerçekleştirilen geri-çatım neticesinde elde edilen CNR ve RMSE değerleri $[-25^0, 25^0]$ aralığı için hesaplanan CNR ve RMSE değerlerinden daha başarılı bulunmuştur.

5. Sonu lar

Analitik ve yinelenmeli yöntemler medikal görüntüleme problemlerinde kullanılmakta olan geri-çatım yöntemleridir. Analitik yöntemlerden en yaygın olan Süzgeçlenmiş Geri İzdüşüm tekniği ile dar açıda 11 kesitten imge geri-çatım gerçekleştirilmiştir. Aynı problemin çözümünde yinelenmeli yöntemlerden Cebirsel Geri-çatım Tekniği uygulanmıştır. Toplam Değişimin enküçüklemesi CGT'nin son yinelenmesinde ve her yinelenmesinde uygulanmak üzere iki farklı yol izlenmiştir. Başarı ölçütü olarak CNR ve RMSE değerleri kullanılmıştır.

Sınırlı açıdan az sayıda izdüşüm ile 2 boyutlu imge geri-çatım problemi için CGT'nin SGI tekniğinden daha başarılı olduğu görülmüştür. TD enküçüklemesi CGT'nin performansını arttırmakta ve elde edilen imge ile gerçek imge arasındaki farkı azaltmaktadır. Her yinelenmede TD enküçüklemenin uygulanması ile daha başarılı CNR ve RMSE değerleri görülmüştür.

6. Kaynaklar

- [1] Smith, A., "Fundamentals of breast tomosynthesis", *white paper*, Hologic Inc., retrieved from: www.hologic.com/data/WP-00007_Tomo_08-08.pdf, 2008.
- [2] Pan, Y., Whitaker, R., Cheryauka, A. ve Ferguson, D., "TV-regularized iterative image reconstruction on a mobile C-ARM CT", *SPIE Medical Imaging 2010: Physics of Medical Imaging*, Edited by E. Samei, N. Pelc, J. Proceedings of the SPIE, Vol. 7622: 76222L-76222L-12, California, USA, February 2010.
- [3] Mueller, K., *Fast and Accurate Three-Dimensional Reconstruction from Cone Beam Projection Data Using Algebraic Methods*, PhD Thesis, Ohio State University, Ohio-U.S.A., 1998.
- [4] Sidky, E. ve Pan, X., "Few-view, cone-beam CT image reconstruction by GPU-accelerated total variation minimization", In *9th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, M. Kacheriess, F. Beekman, and K. Mueller, eds., 60-63, Lindau-Germany, July 2007.
- [5] Tita, R. ve Lueh, T., "Online iterative reconstruction with the use of the Graphical Processing Unit (GPU)", In *9th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, M. Kacheriess, F. Beekman, and K. Mueller, eds., 72-75, Lindau-Germany, July 2007.
- [6] Yu, D. ve Fessler, J., "Edge-preserving tomographic reconstruction with nonlocal regularization", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 21(2): 159-173, 2002.
- [7] Mueller, K. ve Yagel, R., "Rapid 3-D reconstruction with the Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) using 2-D texture mapping hardware", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 19(12): 1227-1237, 2000.
- [8] Siddon, R.L., "Fast calculation of the exact radiological path for a three-dimensional CT array", *Medical Physics*, 12(2): 252-255, 1985.
- [9] Kak, A.C. ve Slaney, M., *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, ISBN:089871494X, 1988.
- [10] Gordon, R., Bender, R. ve Herman, G.T., "Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography", *J. Theoretical Biology*, 29: 471-481, 1970.
- [11] Wang, B., Kenneth, B. ve Lee, D., "Algebraic Tomosynthesis Reconstruction", *SPIE Medical Imaging 2004: Image Processing*, Edited by J.M. Fitzpatrick and M. Sonka, J. Proceedings of the SPIE, Vol. 5370: 711-718, May 2004.
- [12] Rudin, L.I., Osher, S. ve Fatemi, E., "Nonlinear total variation based noise removal algorithms", *Physica D*, Vol. 60: 259-268, 1992.
- [13] Sidky, E.Y., Kao, C-M. ve Pan X., "Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT", *Journal of X-Ray Science and Technology*, Vol. 14: 119-139, 2006.
- [14] Candes, E.J., Romberg, J. ve Tao, T., "Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information", *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(2): 489-509, 2006.