

Yönlü En Düşük Toplam Değişinti

İlker Bayram ve Mustafa Kamaşak

İstanbul Teknik Üniversitesi

20.04.2012

Toplam Değişinti

- Δ_1 ve Δ_2 yatay ve dikey fark operatörleri olsun :

$$\Delta_1 f(i, j) = f(i, j) - f(i - 1, j),$$

$$\Delta_2 f(i, j) = f(i, j) - f(i, j - 1),$$

- Bu durumda, f gibi ayrık-uzay bir imgenin 'toplam değişinti'si :

$$\text{TD}(f) = \sum_{i,j} \sqrt{(\Delta_1 f(i, j))^2 + (\Delta_2 f(i, j))^2}$$

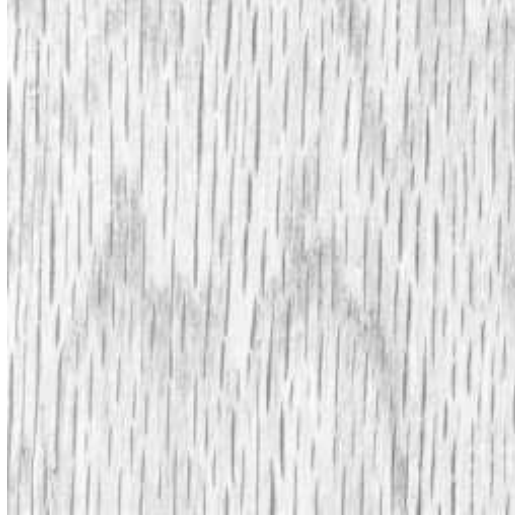
- Parçabaşı-pürüzsüz imgelerin toplam değişintisi düşüktür.



Parçabaşı-pürüzsüz bir imge

Toplam Değişinti

- Toplam değişinti, parçabaşı-pürüzsüz olmayan imgeler için uygun bir önsel değildir.



Baskın Bir Yöne Sahip Bir İmge

- Toplam değişintiyi bu tip imgelere uygun hale nasıl getirebiliriz?

Yönlü Toplam Değişinti

- İmgeyi, baskın yöne dik olan yönde ölçekleyerek toplam değişintiyi hesaplayabiliriz.
- Bu yaklaşım, ayrık-uzay imgelerde interpolasyon gerektirdiği için uygun değildir.
- Toplam değişintiyi farklı bir şekilde yazalım :

(i) $\Delta f(i, j)$, imgenin gradyanı, yani

$$\Delta f(i, j) = \begin{pmatrix} \Delta_1 f(i, j) \\ \Delta_2 f(i, j) \end{pmatrix}$$

olduğu halde,

$$\text{TD}(f) = \sum_{i,j} \|\Delta f(i, j)\|_2$$

(ii) Dahası, B_2 kümesi, ℓ_2 normunun birim topu olduğu halde,

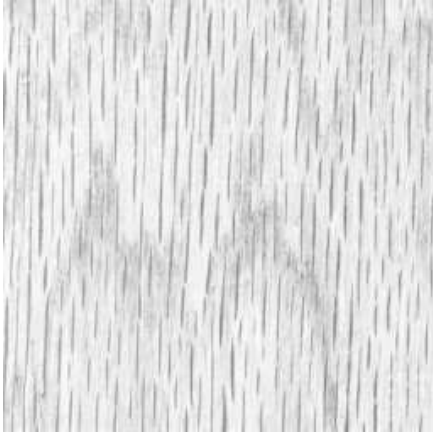
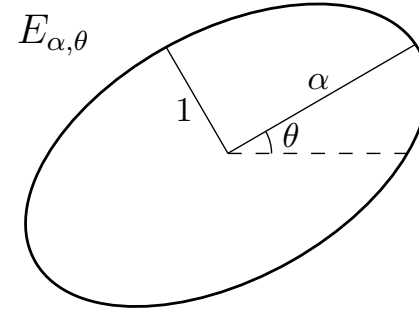
$$\text{TD}(f) = \sum_{i,j} \sup_{t \in B_2} \langle t, \Delta f(i, j) \rangle$$

- B_2 kümesi yerine farklı kümeler kullanarak, ölçekleme yapmadan, yönlü bir toplam değişinti tanımlayabiliriz.

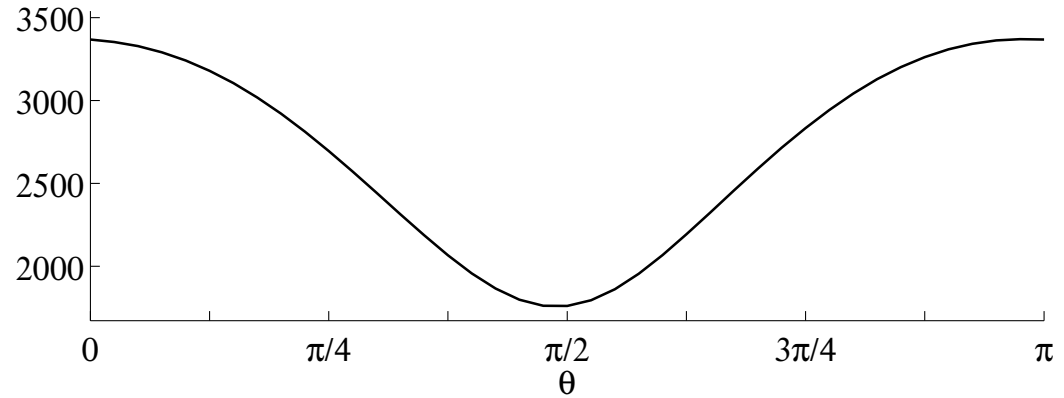
Yönlü Toplam Değişinti

- Bu çalışmada B_2 kümesi yerine bir elips ($E_{\alpha,\theta}$) kullandık.

$$TD_{\alpha,\theta} = \sum_{i,j} \sup_{t \in E_{\alpha,\theta}} \langle t, \Delta f(i,j) \rangle$$



Doku İmgesi



Doku İmgesinin Yönlü Toplam Değişintisinin θ Parametresine Göre Değişimi ($\alpha > 1$).

Bir İmge Önseli Olarak Yönlü Toplam Değişinti

- Yönlü toplam değişintinin imge önseli olarak uygunluğunu anlamak için bir gürültü giderme problemi ele aldık.

- y gürültülü imge olduğu halde, gürültüsüz imgenin kestirimi,

$$f^* = \operatorname{argmin}_f \frac{1}{2} \|y - f\|_2^2 + \lambda \operatorname{TD}(f)$$

olsun.

- f^* imgesi,

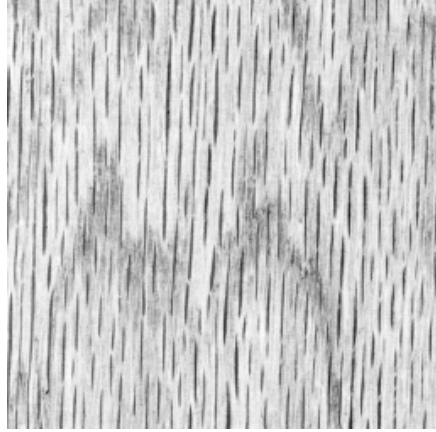
$$T^* = \operatorname{argmin}_{T(i,j) \in E_{\alpha,\theta}} \|y - \lambda \Delta^T T\|_2^2$$

olduğu halde, $f^* = y - \Delta^T T$ denliğini sağlar.

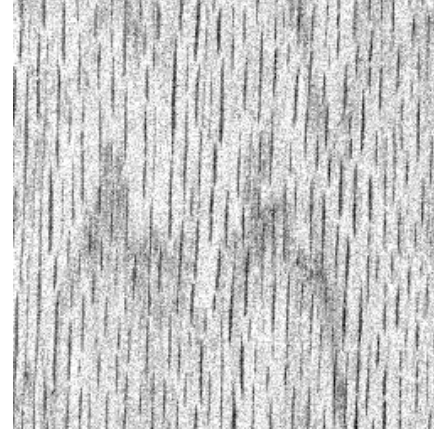
- Problem bir izdüşüm hesaplamaya denktir.

Yönlü Toplam Değişinti ile Gürültü Giderme

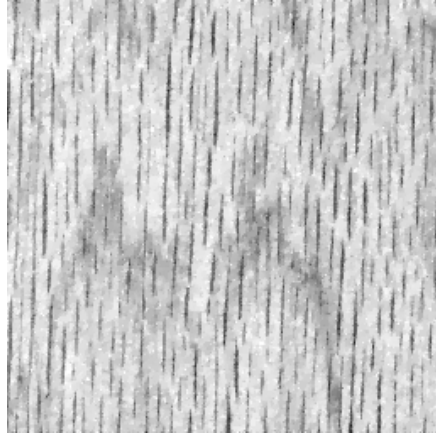
Gürültüsüz İmge



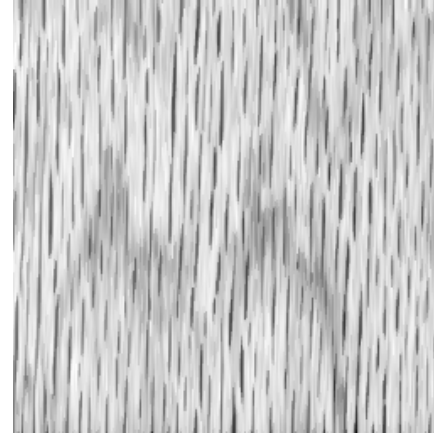
Gürültülü Gözlem



Gürültüsü Giderilmiş İmgeler



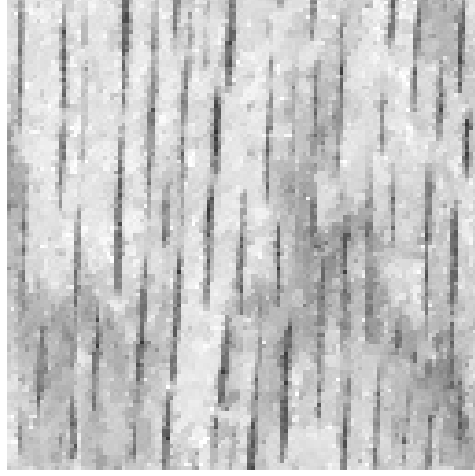
Toplam Değişinti



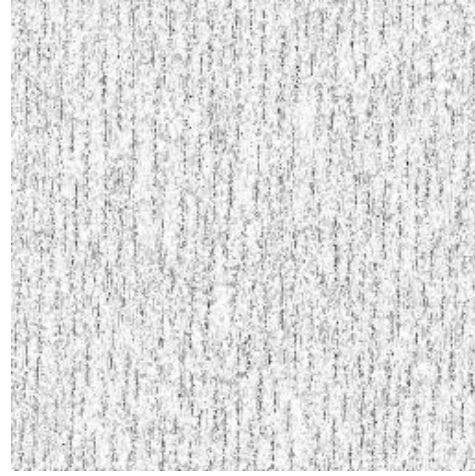
Önerilen Yönlü Toplam Değişinti

Yönlü Toplam Değişinti ile Gürültü Giderme

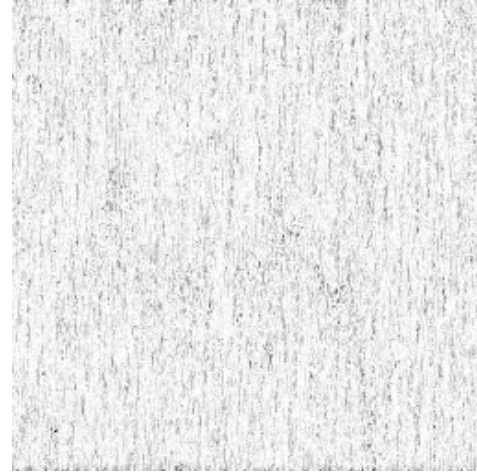
Detay (TD)



Detay (Yönlü TD)



Fark İmgesi (TD)

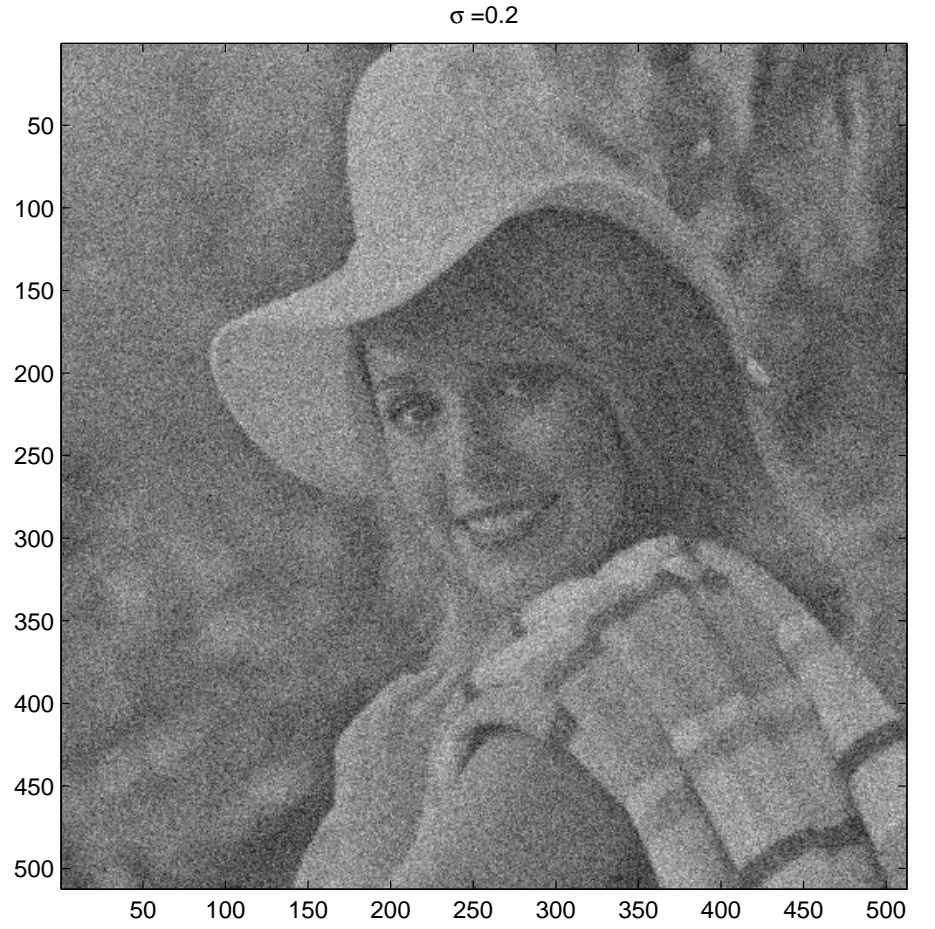


Fark İmgesi (Yönlü TD)

Genel İmgelere Uyarlama

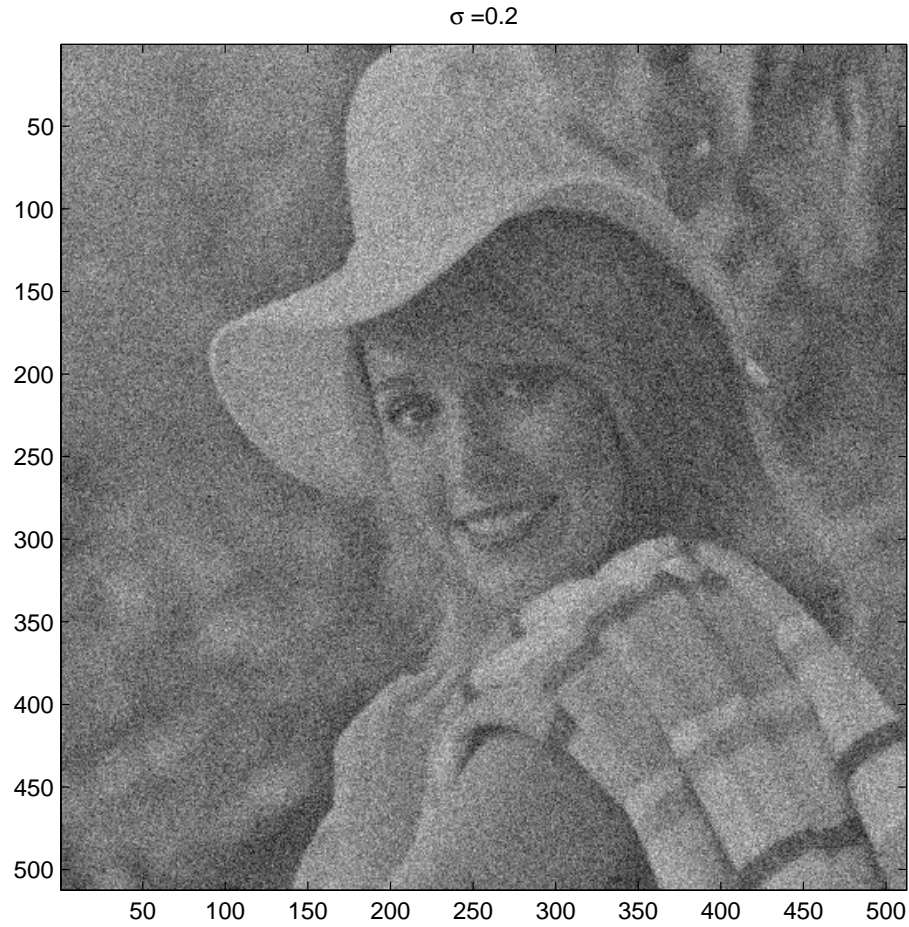


Gürültüsüz İmge

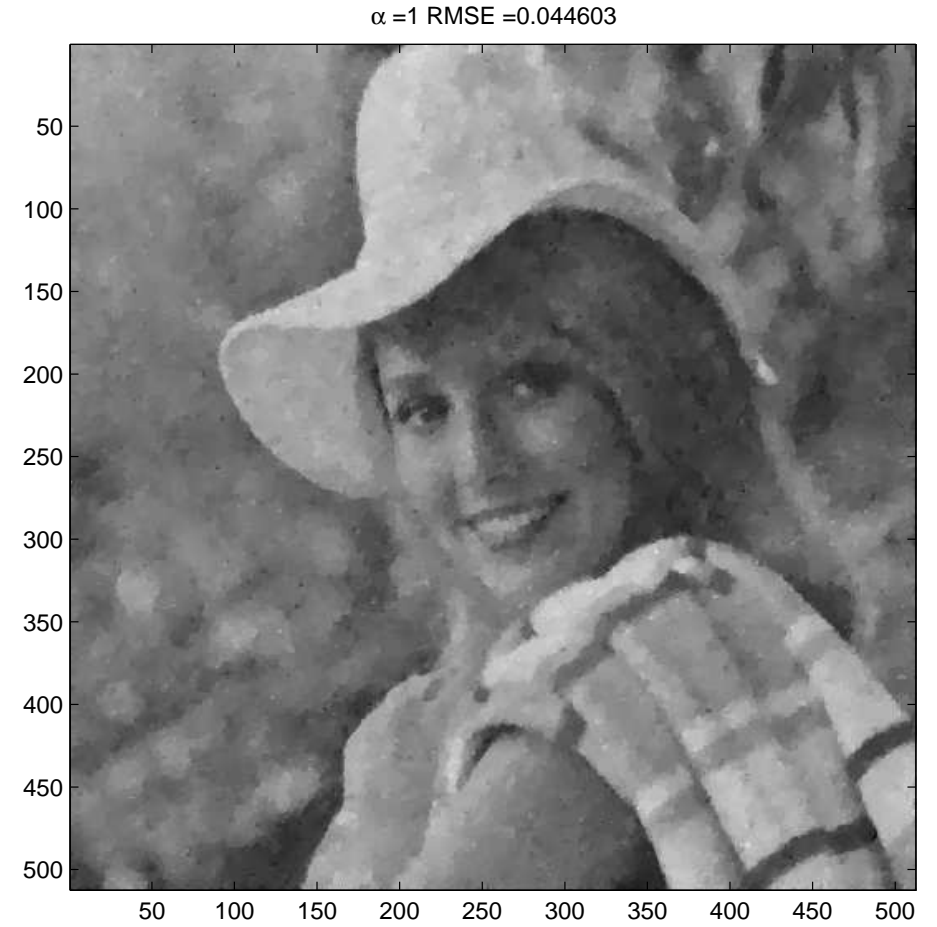


Gürültülü Gözlem

Genel İmgelere Uyarlama

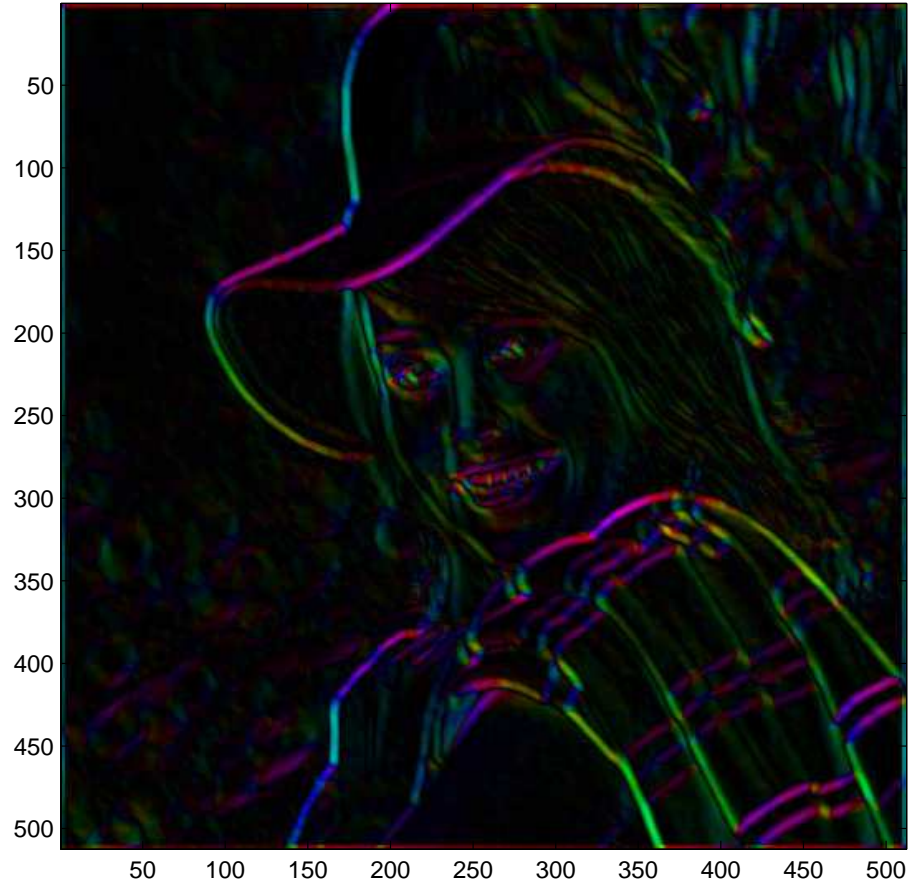


Gürültüsüz İmge

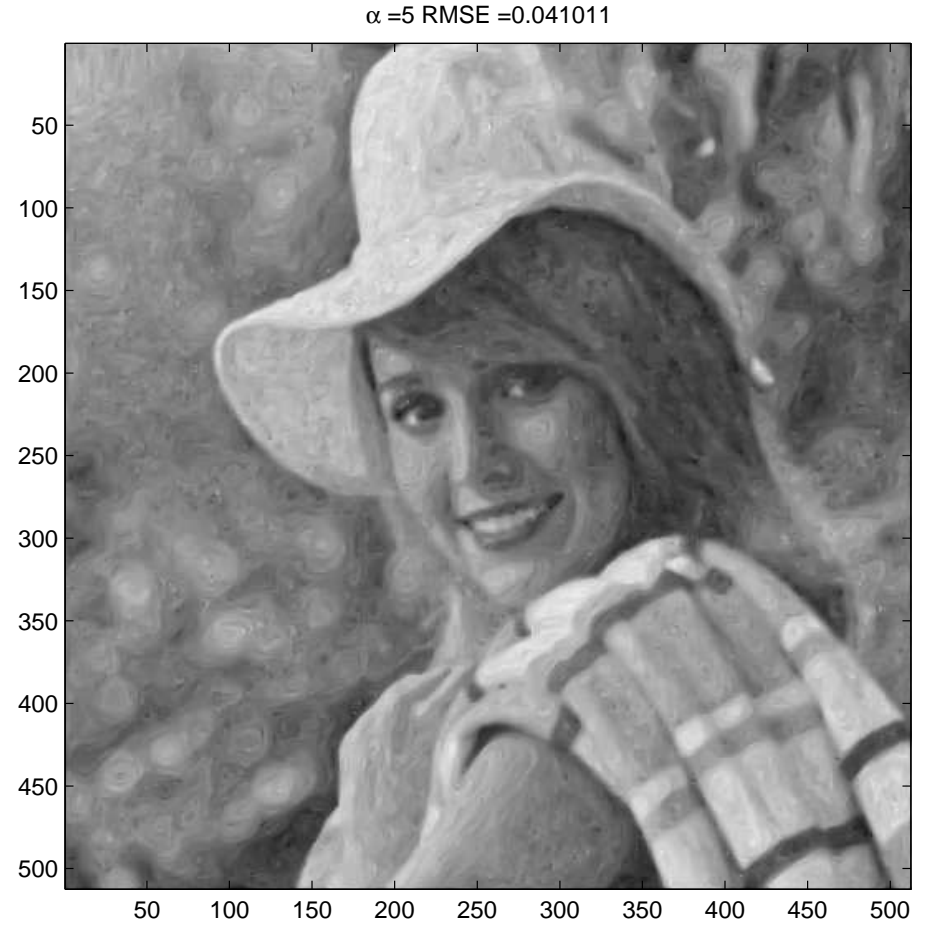


En Küçük Toplam Değişinti

Genel İmgelere Uyarlama



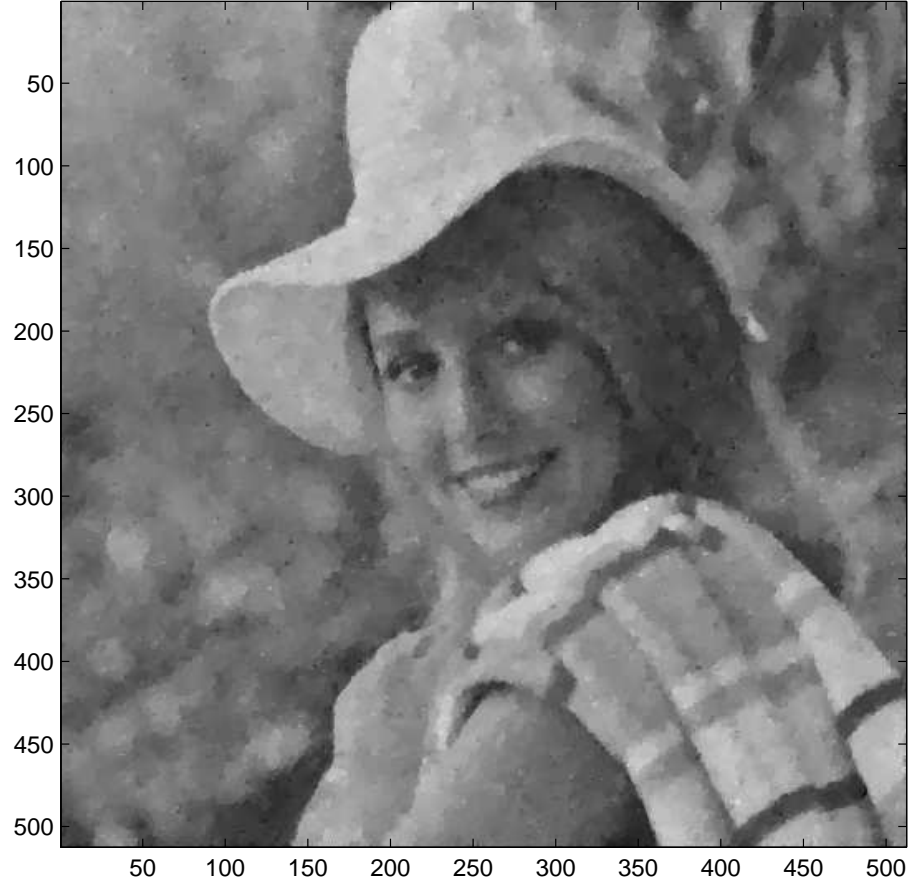
Gürültüsüz İmgenin Ayırt Bilgisi



Yönlü En Küçük Toplam Değişinti

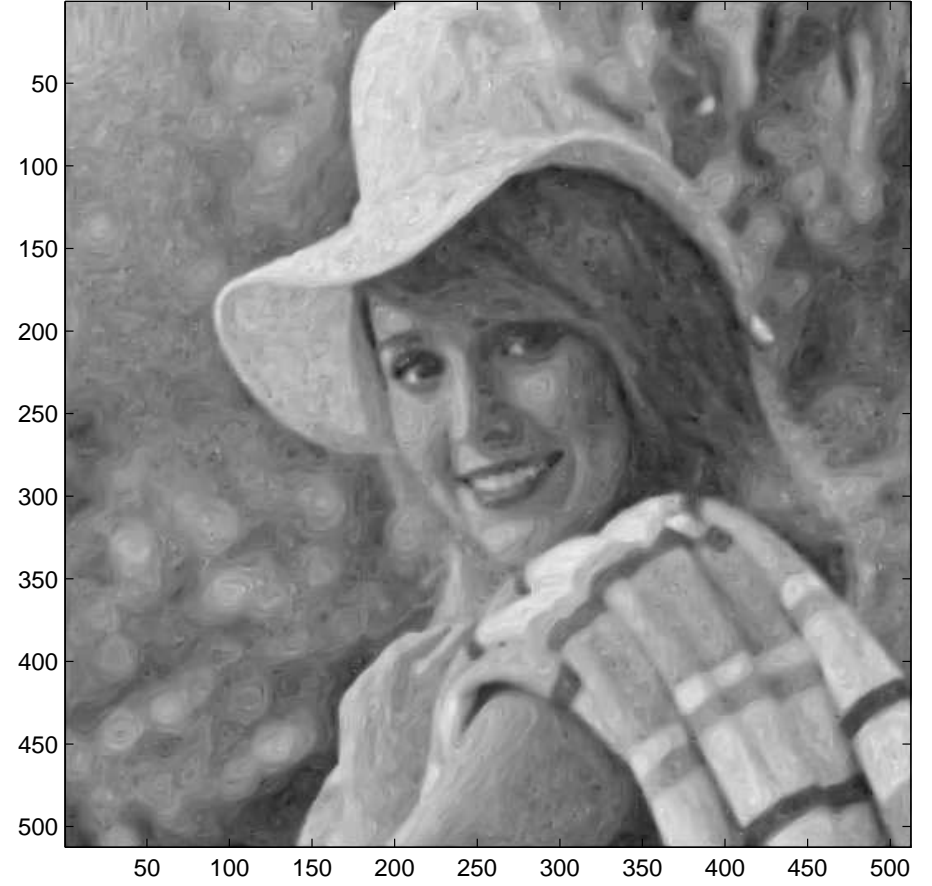
Genel İmgelere Uyarlama

$\alpha = 1$ RMSE = 0.044603



En Küçük Toplam Değişinti

$\alpha = 5$ RMSE = 0.041011



Yönlü En Küçük Toplam Değişinti

Teşekkürler!