DNK201 Dinamik Dersi Soru Bankası

Dikkat ! Aşağıdaki soru ve çözümler, gözden geçirilmediği için hatalar içerebilir. Saptadığınız hataları bildirmeniz dileğiyle.

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın konum-zaman bağıntısı $s = \sin \omega t$ ise en büyük ivme aşağıdakilerden hangidir? $\omega = sbt > 0$.

$s = \sin(\omega t)$
$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = -\omega^2 \sin(\omega t)$
$-\omega^2 \le -\omega^2 \sin(\omega t) \le \omega^2$
$a_{max} = \omega^2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın konum-zaman bağıntısı $s = \cos \omega t$ ise en büyük ivme aşağıdakilerden hangidir? $\omega = sbt > 0$.

$s = \cos \omega t$
$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = -\omega^2 \cos(\omega t)$
$-\omega^2 \le -\omega^2 \cos(\omega t) \le \omega^2$
$a_{max} = \omega^2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız-zaman bağıntısı $v = 1/(t+\alpha)^3$ ise maddesel noktanın $t = 0$ anından $t \to \infty$'a kadar kat ettiği toplam yol hangisidir? $\alpha = sbt > 0$.

$v = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{(t+\alpha)^3}$
$\int_0^s |ds| = \int_0^\infty \frac{dt}{(t+\alpha)^3} = \frac{1}{2\alpha^2}$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın konum–zaman bağıntısı $s = \omega/(1+t)$ şeklinde veriliyor. En büyük ivme aşağıdakilerden hangisidir? $\omega = sbt > 0$ ve $t \ge 0$.

$s = \frac{\omega}{1+t}$
$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = +\frac{2\omega}{(1+t)^3}$
$a_{max} = a(0) = 2\omega$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız–konum bağıntısı $v = 1/s^2$ şeklinde veriliyor. Maddesel nokta $s_0 = 0$ konumundan $s = 1$ konumuna ulaştığında geçen süre kaç birim olur?

$v = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{s^2}$
$\int_0^t dt = \int_0^1 s^2 ds \to t = 1/3$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız–konum bağıntısı $v = 1/s^3$ şeklinde veriliyor. Maddesel nokta $s_0 = 0$ konumundan $s = S$ konumuna ulaştığında geçen süre 4 birim olduğuna göre $S = ?$

$v = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{s^3}$
$\int_0^t dt = \int_0^S s^3 ds = 4 \to S = 2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız–konum bağıntısı $v(s) = 1/\sin s$ şeklinde veriliyor. Maddesel nokta $s = 0$ konumundan $s = \pi/3$ konumuna ulaştığında geçen süre kaç birim olur?

$v = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{\sin s}$
$\int_{t_0}^t dt = \int_0^{\pi/3} \sin s \, ds$
$t - t_0 = 1 - 1/2 = 1/2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız–konum bağıntısı $v(s) = 1/(1+s)$ şeklinde veriliyor. Maddesel nokta $t = 0$ anında $s = 0$ konumundan harekete başlıyor. Maddesel noktanın $t = 4$ anındaki hızı hangisidir? $s > 0$.

$v = \frac{ds}{dt} = \frac{1}{1+s}$
$\int_0^t dt = \int_0^s (1+s) ds$
$t = 4 = s + s^2/2 \quad \to \quad s = -1 \pm 3$
$s = 2$
$v = \frac{1}{1+s} = \frac{1}{3}$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme–hız bağıntısı $a = -kv^2$ şeklinde veriliyor. $t = 0$ anında $v = 1$ ve $t = 1$ anında $v = 1/3$ olduğuna göre $k = ?$

$a = \frac{dv}{dt} = -kv^2$
$\int dt = -\frac{1}{k}\int \frac{dv}{v^2}$
$t = \frac{1}{kv} + c$
$t = 0$ anında $v = 1$:
$0 = \frac{1}{k} + c$
$t = 1$ anında $v = 1/3$:
$1 = \frac{3}{k} + c$

Ortak çözümden:
$k = 2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme–hız bağıntısı $a = -kv^2$ şeklinde veriliyor. $t = 0$ anında hızı $v = 1$ ve $k = 2$ olduğuna göre $t = 1$ anındaki hızı $v = ?$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme–hız bağıntısı $a = -kv^2$ şeklinde veriliyor. $s = 0$ konumunda $v = 1$ ve $s = 1$ konumunda $v = e^{-2}$ olduğuna göre $k = ?$

$a = v\frac{dv}{ds} = -kv^2$
$\frac{dv}{ds} = -kv$
$\int ds = -\frac{1}{k}\int \frac{dv}{v}$
$s = -\frac{1}{k}\ln v + c$
$s = 0$ konumunda $v = 1$:
$0 = c$
$s = 1$ konumunda $v = e^{-2}$:
$1 = \frac{2}{k}$
Sonuç:
$k = 2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme, hız ve konum arasındaki bağıntısı $a = -ksv^2$ şeklinde veriliyor. $s = 0$ konumunda $v = 1$ ve $s = 1$ konumunda $v = e^{-2}$ olduğuna göre $k = ?$

$a = v\frac{dv}{ds} = -ksv^2$
$\frac{dv}{ds} = -ksv$
$\int s\, ds = -\frac{1}{k}\int \frac{dv}{v}$
$\frac{1}{2}s^2 = -\frac{1}{k}\ln v + c$
$s = 0$ konumunda $v = 1$:
$0 = c$
$s = 1$ konumunda $v = e^{-2}$:
$\frac{1}{2} = \frac{2}{k}$
Sonuç:
$k = 4$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-hız bağıntısı $a = -kv$ ise hız-zaman bağıntısı, $v(t) = ?$

$k = sbt > 0$ ve $t = 0$ anında $v = 1$ dir.

$a = \frac{dv}{dt} = -kv$
$\int \frac{dv}{v} = -k\int dt$

$\ln v = -kt + c$
$t = 0$ anında $v = 1$ olduğundan $c = 0$.
$v = e^{-kt}$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-hız bağıntısı $a = -50/v$ m/s^2 ve başlangıç hızı 10 m/s dir. Başlangıçtan kaç saniye sonra hız sıfır olur?

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{50}{v}$$
$$\int v dv = -50 \int dt$$
$$v^2 = -100t + c$$
$t = 0$ anında hız 10 m/s olduğundan:
$$10^2 = c \quad \rightarrow \quad c = 100$$
$$v^2 = 100(1 - t)$$
$$v = 0 \quad \rightarrow \quad t = 1$$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-konum bağıntısı $a = -p^2 s$ ise konum-zaman bağıntısı, $s(t) = ?$ $p = sbt > 0$ ve $t = 0$ anında $s = 1,\ v = 0$ dır.

H: $\int_x^1 dx/\sqrt{(1-x^2)} = \arccos x$

$$a = \frac{dv}{dt} = v\frac{dv}{ds} = -p^2 s$$
$$\int v dv = -p^2 \int s ds$$
$$v^2 - v_0^2 = p^2(s_0^2 - s^2)$$
$$v^2 = p^2(1 - s^2)$$
$$v = \frac{ds}{dt} = \pm p\sqrt{1 - s^2}$$
$$\int \frac{ds}{\sqrt{(1 - s^2)}} = \pm p \int dt$$
$$\arccos s = \pm pt$$
$$s = \cos pt$$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-zaman bağıntısı $a = 1/(t + \alpha)^3$ şeklinde veriliyor. $t = 0$ anından $t \to \infty$'a kadar geçen zamanda maddesel noktanın hızındaki değişim ne kadar olur? $\alpha = sbt > 0$.

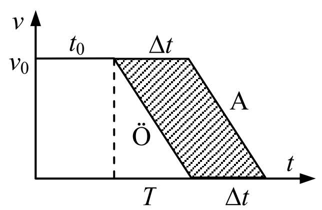
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{(t + \alpha)^3}$$
$$\int_0^v |dv| = \int_0^\infty \frac{dt}{(t + \alpha)^3} = \frac{1}{2\alpha^2}$$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız-ivme bağıntısı $v = a^2/4$ ise hız-zaman bağıntısı, $v(t) = ?$ $v(0) = 0$ ve $v(1) = 1$ dir.

$$v = a^2/4$$
Eşitliğin her iki yanı zamana göre türetilirse:
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{a}{2}\frac{da}{dt}$$
$$\frac{da}{dt} = 2$$
$$\int da = 2 \int dt$$
$$a = \frac{dv}{dt} = 2t + a_0$$
$$\int dv = \int (2t + a_0) dt$$
$$v(t) = t^2 + a_0 t + v_0$$
$$v(0) = v_0 = 0$$
$$v(1) = 1 + a_0 = 1 \quad \rightarrow \quad a_0 = 0$$
$$v(t) = t^2$$

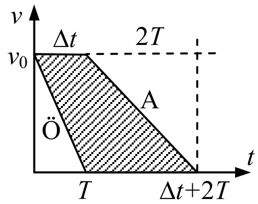
Düzgün doğrusal ve yatay bir yolda v_0 sabit hızı ile ilerleyen iki araç arasındaki güvenli takip mesafesi Δs olup arkadaki sürücü öndekinden Δt süre sonra frene basıyor. Güvenli duruş için Δt süresi en fazla ne kadar olur? Araçların durma süreleri T olup sabit ivme ile yavaşlamaktadırlar. (ip ucu: hız–zaman diyagramı)

Düzgün doğrusal ve yatay bir yolda v_0 sabit hızı ile ilerleyen iki araçtan arkadaki sürücü frene öndekinden Δt zaman sonra bastığına göre güvenli takip mesafesi Δs en az ne kadar olmalıdır? Araçların durma süreleri T olup sabit ivme ile yavaşlamaktadırlar.
(ip ucu: hız-zaman diyagramı çiziniz.)



$$s_A = v_0(2t_0 + 2\Delta t + T)/2$$
$$s_Ö = \Delta s + v_0(2t_0 + T)/2$$
$$s_Ö - s_A = 0 \rightarrow \Delta s = v_0 \Delta t$$

Düzgün doğrusal ve yatay bir yolda v_0 sabit hızı ile ilerleyen iki araçtan arkadaki sürücü frene öndekinden Δt zaman sonra bastığına göre güvenli takip mesafesi Δs en az ne kadar olmalıdır? Araçlar sabit ivme ile yavaşlamakta ve öndeki T, arkadaki ise $2T$ sürede durmaktadır.
(Öneri: hız-zaman diyagramı çiziniz.)

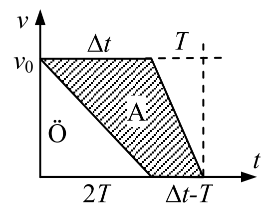


Öndeki aracın frene bastığı anda $t = 0$ ve bu anda arkadaki aracın konumu $s = 0$, öndekinin konumu da $s = \Delta s$ olsun. Her iki aracın durduğu anda konumları:

$$s_ö = \Delta s + v_0 T/2$$
$$s_a = v_0(2\Delta t + 2T)/2$$
Çarpışma olmaması için, durdukları anda öndeki araç önde kalmalıdır:
$$s_ö - s_a = \Delta s - v_0\left(\Delta t + \frac{T}{2}\right) \geq 0$$
$$\Delta s \geq v_0\left(\Delta t + \frac{T}{2}\right)$$

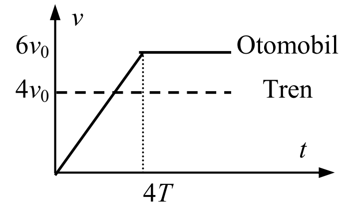
Düzgün doğrusal ve yatay bir yolda v_0 sabit hızı ile ilerleyen iki araçtan arkadaki sürücü frene öndekinden Δt zaman sonra bastığına göre güvenli takip mesafesi Δs en az ne kadar olmalıdır? Araçlar sabit ivme ile yavaşlamakta ve öndeki $2T$, arkadaki ise T sürede durmaktadır.
(Öneri: hız-zaman diyagramı çiziniz.)

Öndeki aracın frene bastığı anda $t = 0$ ve bu anda arkadaki aracın konumu $s = 0$, öndekinin konumu da $s = \Delta s$ olsun. Her iki aracın durduğu anda konumları:



$$s_ö = \Delta s + v_0 T$$
$$s_a = v_0\frac{(2\Delta t - T)}{2}$$
Çarpışma olmaması için, durdukları anda öndeki araç önde kalmalıdır:
$$s_ö - s_a = \Delta s + v_0\left(T - \frac{(2\Delta t - T)}{2}\right) \geq 0$$
$$s_ö - s_a = \Delta s + v_0\left(T + \frac{-2\Delta t + T}{2}\right) \geq 0$$
$$s_ö - s_a = \Delta s + v_0\left(\frac{3T - 2\Delta t}{2}\right) \geq 0$$
$$\Delta s \geq v_0(\Delta t - 3T/2)$$

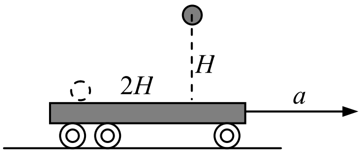
Hareket halindeki bir trenin ve demiryoluna paralel bir yolda hareket eden arabanın hız-zaman grafikleri şekildeki gibidir. Tren ve otomobilin kat ettikleri yolun eşit olabilmesi için geçen süre kaç T dir.

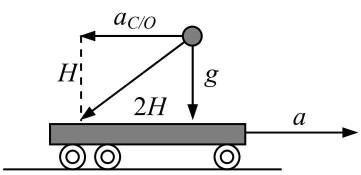


$$S_T = 16v_0 T + 4v_0(t - 4T)$$
$$S_A = 12v_0 T + 6v_0(t - 4T)$$
$$S_T - S_A = 0 \rightarrow$$
$$4v_0 T - 2v_0(t - 4T) = 0$$

$12T - 2t = 0 \rightarrow t = 6T$

Yatay ve düz bir yolda sabit a ivmesi ile hızlanmakta olan otobüsün içinde ayakta duran bir kişi elindeki cismi otobüsün zemininden H kadar yüksekten serbest bırakıyor. Cisim bırakıldığı noktadan $2H$ kadar öteye düşüyor. Buna göre a/g = ? g, yer çekim ivmesidir. (ip ucu: toplam ivme vektörünü ve bileşenlerini çiziniz.)

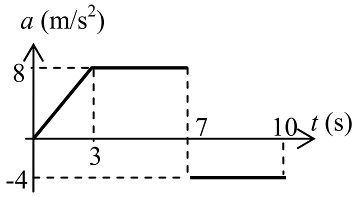




Cisim serbest bırakıldıktan sonra mutlak ivmesinin yatay bileşeni sıfırdır:
$a_C = a - a_{C/O} = 0 \quad \rightarrow \quad a_{C/O} = a$
Cisim düşey doğrultuda yer çekimi ile hareket ettiğinden mutlak ivmesinin düşey bileşeni g dir. Şu halde:

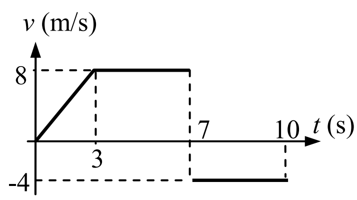
$$\frac{a}{g} = \frac{2H}{H} = 2$$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-zaman bağıntısı şekilde verildiği gibidir. Başlangıç hızı $v(10) = 4$ m/s ise $v(10)$ = ?



$v(10) = 4 + 12 + 32 - 12 = 36$

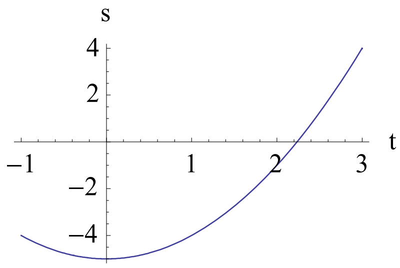
Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız-zaman bağıntısı şekilde verildiği gibidir. Başlangıç konumu $s(0) = 4$ m ise $s(10)$ = ?



$s(10) = 4 + 12 + 32 - 12 = 36$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın konum-zaman bağıntısı $s = t^2 - 5$ olduğuna göre $t = -1$ ile $t = 3$ zaman aralığında maddesel noktanın kat ettiği toplam mesafe kaç birimdir?

$$s(t) = t^2 - 5$$
$$v = \frac{ds}{dt} = 2t$$
$$L = \int_{s_0}^{s} |ds| = 2\frac{|t|}{t}\int t dt\Big|_{-1}^{3} = 10$$

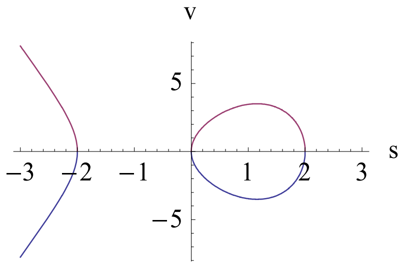


Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-konum bağıntısı $a = 8 - 6s^2$ olduğuna göre, bu maddesel nokta başka hangi konumda iken $s = 0$ başlangıç konumundaki hızına sahip olur? $s \geq 0$.

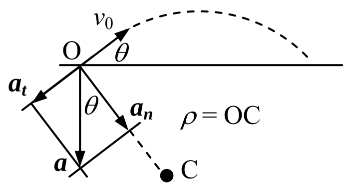
$$a = v\frac{dv}{ds} = 8 - 6s^2$$
$$\int (8 - 6s^2)ds = \int vdv$$
$$16s - 4s^3 = v^2 + c$$
$s = 0$ başlangıç konumundaki hızı v_0 olsun. Öyleyse $c = -v_0^2$ olmalıdır:
$4s(4 - s^2) = v^2 - v_0^2$
$v = v_0$ olan konumlarda
$4s(4 - s^2) = 0 \quad \rightarrow \quad s = 2$

Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme-konum bağıntısı $a = 8 - 6s^2$ ve $s = 0$ başlangıç konumundaki hızı sıfır olduğuna göre s'nin alabileceği en büyük değer hangisi olur?

$$a = v\frac{dv}{ds} = 8 - 6s^2$$
$$\int (8 - 6s^2)ds = \int vdv$$
$$16s - 4s^3 = v^2 + c$$
$s = 0$ başlangıç konumundaki hızı sıfır olduğuna göre $c = 0$ olmalıdır. Ayrıca, hız sıfır olduğunda konum ekstrem değer alır: $4s(4 - s^2) = 0 \quad \rightarrow \quad s = 2$

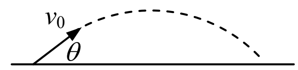


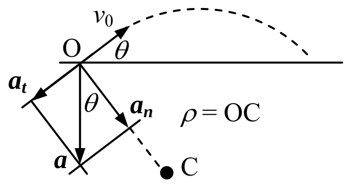
Bir hortum, yatayla θ = 30 derece açı yapacak şekilde v_0 = 30 m/s ilk hızıyla su fışkırtıyor. Suyun hortumu terk ettiği anda su akımının eğrilik yarıçapı kaç metredir? g=10 m/s^2.



$$a_n = a\cos\theta = \frac{v_0^2}{\rho}$$
$$\rho = \frac{v_0^2}{a\cos\theta} = 60\sqrt{3}$$

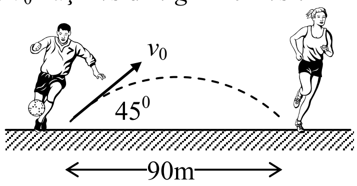
Bir cisim, yatayla θ = 30 derece açı yapacak şekilde v_0 ilk hızıyla fırlatılıyor. Cisim zemine zemine çarptığı anda yörüngenin eğrilik yarıçapı $20/\sqrt{3}$ metre olduğuna göre v_0 =? g=10 m/s^2. Hava direnci yoktur.





$$a_n = a\cos\theta = \frac{v_0^2}{\rho}$$
$$v_0^2 = a\rho\cos\theta$$
$$v_0 = \sqrt{10 \times \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 10$$

Bir savunma oyuncusu 90 m ilerdeki oyuncuya pas atmış ve ilerdeki oyuncu topu almıştır. Fırlatma açısı 45^0 olduğuna göre v_0 kaç m/s dir? $g = 10$ m/s^2.



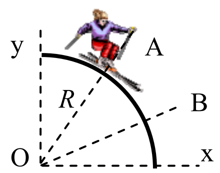
Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın hız-konum bağıntısı $v(x) = 1 / x$ şeklinde veriliyor. Maddesel noktanın $x = 1$ konumundan $x = 5$ konumuna giderken geçen süre hangisidir?

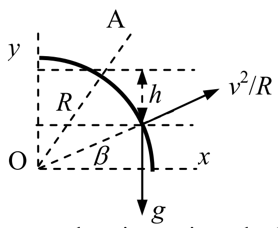
$$vdt = dx$$
$$dt = \frac{dx}{v}$$
$$\Delta t = \int_1^5 \frac{dx}{v} = \int_1^5 x dx = 12$$

Önceki soruda, maddesel noktanın $x = 3$ konumunda ivmesi hangisidir?

$$a(x) = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}v$$
$$a(x) = -\frac{1}{x^3}$$
$$a(3) = -\frac{1}{3^3} = -\frac{1}{27}$$

Ağırlığı W olan bir kayakçı, yarıçapı R olan silindirik sürtünmesiz bir yüzeyde kaymaya A konumunda başlamış, bir çaba göstermediği halde B konumunda yüzeyden ayrıldığına göre β hangisinin fonksiyonudur? $\alpha = \widehat{xOA},\ \beta = \widehat{xOB}$ ve g yer çekim ivmesidir.

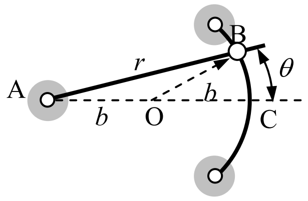




Zeminden ayrılma ivmenin radyal bileşeninin sıfır olmasıyla başlar:

$$a_r = \frac{v^2}{R} - g\ Sin\ \beta$$
$$v^2 = 2gh = 2gR(Sin\ \alpha - Sin\ \beta)$$
$$a_r = g(2Sin\ \alpha - 3Sin\ \beta)$$
$$a_r = 0 \rightarrow Sin\ \beta = \frac{2}{3}Sin\ \alpha$$

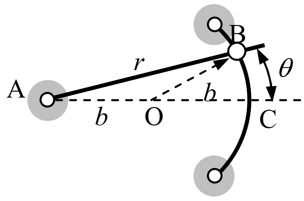
Bir B bileziği hem O merkezli dairesel yay hem de AB çubuğu üzerinde serbestçe kayabilmektedir. $d\theta/dt$ sabit olduğuna göre, B'nin ivme vektörü hangi noktaya yönelmiştir? $\theta = \widehat{CAB}$



Aynı kirişi gören çevre açı merkez açının yarısıdır:

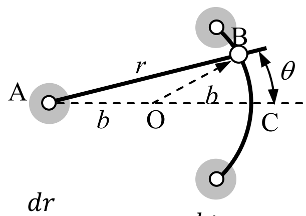
$$\theta = \widehat{CAB} \rightarrow 2\theta = \widehat{COB}$$
$$\vec{a}_B = a_t\vec{t} + a_n\vec{n}$$
$$a_t = 2b\, d^2\theta/dt^2 = 0$$
$$\vec{n} \equiv \overrightarrow{BO}$$

Bir B bileziği hem O merkezli dairesel yay, hem de AB çubuğu üzerinde serbestçe kayabiliyor. $d\theta/dt = sbt > 0$ olduğuna göre, $|dr/dt|$ hangisinden küçük olamaz? $\theta = \widehat{CAB}, AB = r.$



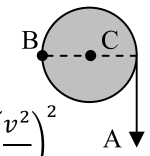
$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{dr}{d\theta}c, \qquad c = sbt$$
$$r = 2b\cos\theta$$
$$\frac{dr}{d\theta} = -2b\sin\theta$$
$$\min\left|\frac{dr}{dt}\right| = 2bc\min|-\sin\theta| = 0$$

Bir B bileziği hem O merkezli dairesel yay, hem de AB çubuğu üzerinde serbestçe kayabiliyor. $d\theta/dt = c > 0$ olduğuna göre, dr/dt hangisinden büyük olamaz? $\theta = \widehat{CAB},\ AB = r,\ c = sbt.$



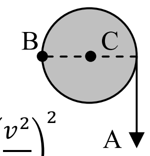
$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{dr}{d\theta}c, \qquad c = sbt$$
$$r = 2b\cos\theta$$
$$\frac{dr}{d\theta} = -2b\sin\theta$$
$$\max\left|\frac{dr}{dt}\right| = 2bc\max|-\sin\theta| = 2bc$$

Makaraya sarılı ipin A ucu sabit ivme ile çekilirken $t = 0$ anında B noktasının toplam ivmesi 5 m/s^2 ve hızı 2 m/s olduğuna göre ipin A ucunun ivmesi kaç m/s^2 dir? Yarıçap $r = 1$ m.



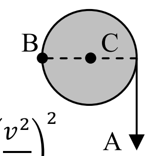
$$a_B^2 = a_t^2 + a_n^2 = a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2$$
$$5^2 = a_t^2 + \left(\frac{2^2}{1}\right)^2 \quad \rightarrow \quad a_t^2 = 9$$
$$a_{ip} = a_t = 3 \text{ m/s}$$

Makaraya sarılı ipin A ucu 3 m/s^2 sabit ivme ile çekilirken $t = 0$ anındaki hızı 2 m/s dir. B noktasında toplam ivmenin şiddeti kaç m/s^2 dir? Yarıçap $r = 1$ m.



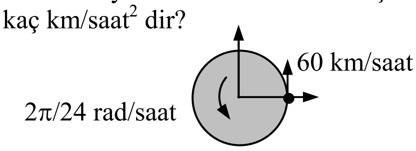
$$a_B^2 = a_t^2 + a_n^2 = a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2$$
$$a_B^2 = 3^2 + \left(\frac{2^2}{1}\right)^2 \quad \rightarrow \quad a_B = 5$$

Makaraya sarılı ipin A ucu 3 m/s^2 sabit ivme ile çekilirken $t = 0$ anında B noktasının toplam ivmesi $a_B = 5$ m/s^2 olduğuna göre hızı v_B kaç m/s dir. Yarıçap $r = 1$ m.



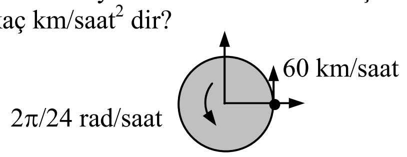
$$a_B^2 = a_t^2 + a_n^2 = a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2$$
$$a_B^2 = 3^2 + \left(\frac{2^2}{1}\right)^2 \quad \rightarrow \quad a_B = 5$$

Ekvator çizgisi üzerinde iken doğu yönünde 60 km/saat hız ile ilerleyen bir araca etkiyen Coriolis ivmesinin şiddeti kaç km/saat^2 dir?



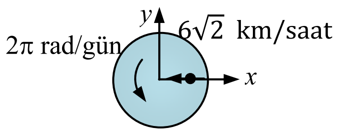
$$\vec{a}_c = 2\vec{\Omega} \times \vec{u}$$
$$\vec{\Omega} = \frac{2\pi}{24}\vec{k} \quad \text{rad/saat}$$
$$\vec{u} = 60\vec{j} \quad \text{km/saat}$$
$$\vec{a}_c = 2\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \pi/12 \\ 0 & 60 & 0 \end{vmatrix} = -10\pi\vec{i}$$

Ekvator çizgisi üzerinde iken kuzeye doğru 60 km/saat hız ile ilerleyen bir araca etkiyen Coriolis ivmesinin şiddeti kaç km/saat^2 dir?



$$\vec{a}_c = 2\vec{\Omega}\times\vec{u}$$
$$\vec{\Omega} = \frac{2\pi}{24}\vec{k} \quad \text{rad/saat}$$
$$\vec{u} = 60\vec{k} \quad \text{km/saat}$$
$$\vec{a}_c = 2\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \pi/12 \\ 0 & 0 & 60 \end{vmatrix} = 0$$

Bir nehir 45 derece enlem çizgisi üzerinde kuzeye doğru $6\sqrt{2}$ km/saat hız ile akmaktadır. Coriolis ivmesinin şiddeti kaç km/saat^2 dir?



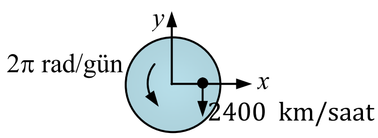
$$\vec{\Omega} = \frac{2\pi}{24}\vec{k} \quad \text{rad/saat}$$
$$\vec{u} = 6\left(-\vec{\imath}+\vec{k}\right) \quad \text{km/saat}$$
$$\vec{a}_c = 2\vec{\Omega}\times\vec{u}$$
$$\vec{a}_c = 2\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \pi/12 \\ -6 & 0 & 6 \end{vmatrix} = -\pi\vec{\jmath}$$

Ek bilgi:

$$g = 10\frac{m}{s^2} = 129600 \text{ km/saat}^2$$

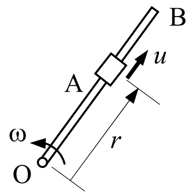
Nehir en kesitinde su yüzeyinin eğimi yaklaşık $\pi/129600 = 2.42\times10^{-5}$ dir.

Bir uçak 45 derece enlem çizgisi üzerinde şekilde gösterilen konumda 2400 km/saat hız ile batıya doğru uçmaktadır. Coriolis ivmesi kaç km/saat^2 dir?



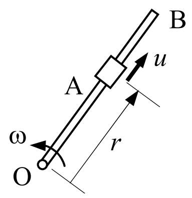
$$\vec{\Omega} = \frac{2\pi}{24}\vec{k} \quad \text{rad/saat}$$
$$\vec{u} = -2400\vec{\jmath} \quad \text{km/saat}$$
$$\vec{a}_c = 2\vec{\Omega}\times\vec{u}$$
$$\vec{a}_c = 2\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \pi/12 \\ 0 & -2400 & 0 \end{vmatrix} = 200\pi\vec{\imath}$$

OB çubuğu *O* noktası etrafında sabit ω hızı ile dönerken bilezik sabit *u* hızı ile *B*'ye doğru ilerliyor. Verilen konumda bileziğin Coriolis ivmesi $a_c = 8$ m/s^2, *OB* doğrultusundaki ivmesi ise $a_{A/OB} = 8$ m/s^2 dir. $r = 2$ m olduğuna göre bileziğin *u* hızı kaç m/s dir?



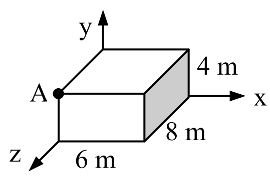
$$a_{A/OB} = r\omega^2 \rightarrow 8 = 2\omega^2 \rightarrow \omega = 2$$
$$a_c = 2\omega u \rightarrow 8 = 2\times 2u \rightarrow u = 2$$

OB çubuğu *O* noktası etrafında sabit ω hızı ile dönerken bilezik 4*m/s* hız ile *B* yönünde ilerliyor. Verilen konumda bileziğin *Coriolis* ivmesi $a_c = 8\text{ m/s}^2$, *OB* doğrultusundaki ivmesi ise $a_{A/OB} = 8\text{ m/s}^2$ olduğuna göre *r* kaç *m* dir?



$$a_c = 2\omega u \rightarrow 8 = 2\omega\times 4 \rightarrow \omega = 1$$
$$a_{A/OB} = r\omega^2 \rightarrow 8 = r\times 1^2 \rightarrow r = 8$$

Şekilde görülen rijit cisim, koordinatların başlangıcı etrafında **ω** açısal hızı ile dönüyor. A noktasının hızı $\mathbf{v}_A = 9\mathbf{i} - 16\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$ m/s olduğuna göre $v_z = ?$



$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 0 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

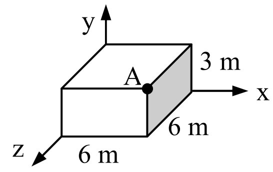
Determinant açılımı yapılarak verilenlerle karşılaştırılırsa:

$$\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 & 8 & -4 \\ -8 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9 \\ -16 \\ v_z \end{Bmatrix}$$

Son satırın iki katı ile ikinci satırın toplamından:

$$2v_z - 16 = 0 \rightarrow v_z = 8$$

Şekilde görülen rijit cisim, koordinatların başlangıcı etrafında **ω** açısal hızı ile dönüyor. *A* noktasının hızı $\mathbf{v}_A = 9\mathbf{i} - 22\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$ olduğuna göre $v_z = ?$



$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 6 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

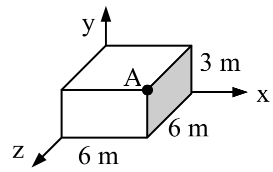
Determinant açılımı yapılarak verilenlerle karşılaştırılırsa:

$$\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -3 \\ -6 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 0 \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9 \\ -22 \\ v_z \end{Bmatrix}$$

İlk ve son satırın iki katı ile ikinci satır toplanırsa:

$$2\times 9 - 22 + 2v_z = 0 \rightarrow v_z = 2$$

Şekilde görülen rijit cisim, koordinatların başlangıcı etrafında **ω** açısal hızı ile dönüyor. *A* noktasının hızı $\mathbf{v}_A = 9\mathbf{i} - 22\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ olduğuna göre $v_z = ?$



$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 6 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

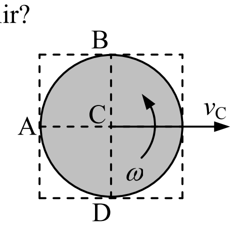
Determinant açılımı yapılarak verilenlerle karşılaştırılırsa:

$$\vec{v} = \begin{vmatrix} 0 & 6 & -3 \\ -6 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 0 \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9 \\ -22 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

İlk ve son satırın iki katı ile ikinci satır toplanırsa:

$$2\times 9 - 22 + 2v_z = 0 \rightarrow v_z = 2$$

C merkezli *r* yarıçaplı disk şekilde gösterildiği gibi doğrusal v_C hızı ve açısal *ω* hızı ile kağıt düzlemi içinde hareket etmektedir. Hangisi ani dönme merkezi olabilir?



Başlangıcı C olan *x*–*y*–z koordinat takımını göz önüne alalım. Z kağıt düzlemine dik olsun.

$$\vec{\omega} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{Bmatrix}$$

Cisim üzerindeki bir noktanın hızı

$\vec{v} = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}$

Ani dönme ekseni üzerindeki noktaların hızı sıfır olacağından

$\vec{v}_C = -\vec{\omega} \times \vec{r}$

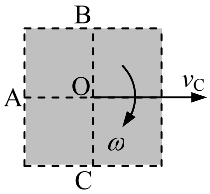
$$\begin{Bmatrix} v_C \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = -\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} v_C \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = -\begin{vmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}$$

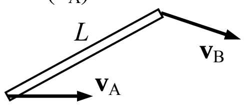
Hareket şekilde gösterilen yönlerde olduğundan $v_C/\omega > 0$ olur.

$$\rightarrow \quad \vec{r} = \begin{Bmatrix} 0 \\ v_C/\omega \\ r_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ > 0 \\ r_z \end{Bmatrix} \equiv \vec{B}$$

Kenar uzunluğu b olan kare levha şekilde gösterildiği gibi doğrusal v_C hızı ve açısal ω hızı ile kağıt düzlemi içinde hareket etmektedir. Hangisi ani dönme merkezi olabilir?



Uzunluğu L olan rijit çubuğun A ucunun hızı $\mathbf{v}_A$, B ucununki ise $\mathbf{v}_B$ dir. AB doğrultusundaki birim vektör $\mathbf{e}_{AB}$ ve $\mathbf{e}_{AB} \cdot \mathbf{v}_B = \mathbf{f}(\mathbf{v}_A)$ ise $\mathbf{f}(\mathbf{v}_A)$=?



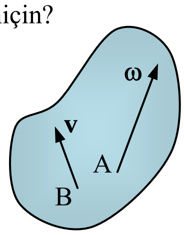
$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$

$\vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_B = \vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_A + \vec{r}_{AB} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_{AB})$

Son terim sıfır olduğundan

$\vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_B = \vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_A$

Rijit bir cisim durağan A noktası etrafında $\vec{\omega} = 8\vec{\jmath} - 4\vec{k}$ açısal hızı ile dönüyor. B'nin hızı $\vec{v} = 6\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + 8\vec{k}$ olabilirmi? Olamaz ise niçin?



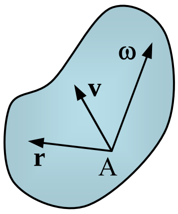
$\vec{\omega} \cdot \vec{v} = (0\vec{\imath} + 8\vec{\jmath} - 4\vec{k}) \cdot (6\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + 8\vec{k})$

$\vec{\omega} \cdot \vec{v} = 0 - 32 - 32 = -64$

$\rightarrow \quad \vec{\omega} \perp \vec{v}$ değildir. Halbuki

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \perp \vec{\omega}$ olmalıydı.

Rijit bir cisim A noktası etrafında $\vec{\omega} = 8\vec{\jmath} - 4\vec{k}$ açısal hızı ile dönüyor. A'nın hızı $\vec{v} = 4\vec{\jmath} + 8\vec{k}$ olduğuna göre, ani dönme merkezinin A'ya göre konumu $\vec{r}$ =? $\quad \vec{\omega} \perp \vec{r}$ olsun.



$\vec{v} \perp \vec{\omega} \perp \vec{r}$ dir. Ani dönme merkezinin hızı tanım gereği sıfırdır:

$\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r} = \vec{0}$

Vektörler birbirlerine dik oldukları için:

$r = \dfrac{v}{\omega}$

Konum vektörü

$\vec{r} = \dfrac{r}{\omega v} \vec{\omega} \times \vec{v}$

şeklinde ifade edilebilir:

$\vec{r} = \dfrac{1}{\omega^2} \vec{\omega} \times \vec{v}$

olur.

$\omega^2 = 64 + 16 = 80$

$$\vec{r} = \frac{1}{80} \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 4 & 8 \end{vmatrix} = \vec{\imath}$$

Rijit bir cisim, başlangıç noktasından geçen sabit bir eksen etrafında, sabit $\vec{\omega} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ rad/s açısal hız ile dönüyor. Hızı $\vec{v} = 12\vec{k}$ m/s olan bir maddesel noktanın konumu $\vec{r}$ ise r_x =? $\vec{\omega} \perp \vec{r}$ olsun.

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 4 & 3 & 0 \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}$$

İlk ya da ikinci eşitlikten

$r_z = 0$

Üçüncü eşitlikten

$-3r_x + 4r_y = 12$

$\vec{\omega} \perp \vec{r}$ olması istendiğine göre:

$\vec{\omega} \cdot \vec{r} = 0 \quad \rightarrow \quad 4r_x + 3r_y = 0$

Ortak çözümden:

$\vec{r} = -\dfrac{36}{25}\vec{\imath} + \dfrac{48}{25}\vec{\jmath}$

---

6) Rijit bir cisim başlangıç noktasından geçen sabit bir eksen etrafında sabit $\omega = 5$ rad/s açısal hız ile dönmektedir. $\vec{r} = 3\vec{\imath}$ konumundaki maddesel noktanın hızı $\vec{v} = 12\vec{\jmath}$ olduğuna göre açısal hız vektörünün x bileşeni hangisi olabilir?

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 12 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}$$

İkinci eşitlikten

$\omega_z = 4$

Üçüncü eşitlikten

$\omega_y = 0$

Hız vektörünün uzunluğunun karesi

$25 = \omega_x^2 + 16$

$\omega_x = \pm 3$ rad/s

Önceki soruda, maddesel noktanın toplam ivmesi kaç m/s^2 dir?

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

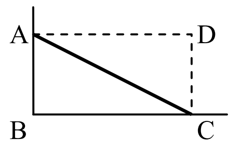
$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

Cisim sabit eksen etrafında sabit hız ile döndüğü için:

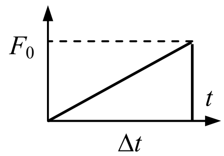
$\dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$

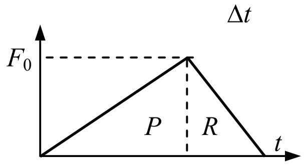
$a = 5 \times 12 = 60$

AB duvarına dayalı AC çubuğu yerçekimi kuvveti etkisinde aşağı yönde kaymaktadır. Ani dönme merkezi hangisidir?



Çarpışan iki cisim arasındaki etki-tepki kuvveti zamanın fonksiyonu olarak şekildeki gibi değişirmi? Değişirse çarpışma katsayısı hangisi olur?

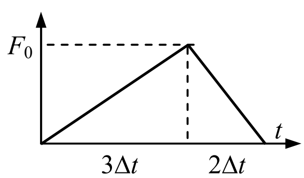




$0 \leq e = R/P \leq 1$

Problemde $R = 0 \rightarrow e = 0$

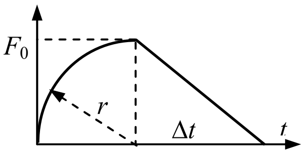
Çarpışan iki cisim arasındaki etki-tepki kuvveti zamanın fonksiyonu olarak şekildeki gibi değişirmi? Değişebilirse çarpışma katsayısının değeri hangisidir?



$0 \leq e = R/P \leq 1$

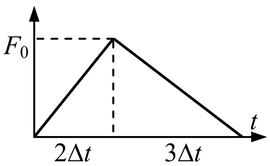
Problemde $R = 2, P = 3 \rightarrow e = 2/3$

Çarpışan iki cisim arasındaki etki-tepki kuvveti zamanın fonksiyonu olarak şekildeki gibi değişmektedir. $e = 1/2$ ve gevşeme süresi Δt ise $r/\Delta t = ?$



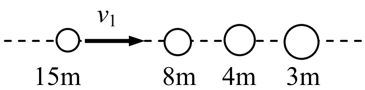
$$e = \frac{R}{P} = \frac{1}{2} = \frac{r\Delta t/2}{\pi r^2/4}$$
$$\frac{r}{\Delta t} = \frac{4}{\pi}$$

Çarpışan iki cisim arasındaki etki-tepki kuvveti zamanın fonksiyonu olarak şekildeki gibi değişirmi? Değişirse çarpışma katsayısının değeri hangisidir?



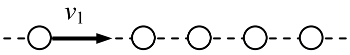
Şekildeki verilerden $e = 3/2$ olarak hesaplanır ki bu mümkün değildir. Çünkü $0 \le e \le 1$ aralığındadır.

Sürtünmesiz yatay düzlemde bir doğru üzerinde kütleleri şekilde gösterilen 4 adet misket bulunmaktadır. İlk misketin hızı v_1 iken diğerleri durağan haldedir. Misketler arası çarpışma katsayısı $e = 0$ olduğuna göre son misketin hızının v_1'e oranı ne kadarıdır?



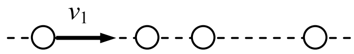
Çarpışma tam plastik olduğundan sonuçta misketlerin hızları eşit olur.
Momentumun korunumundan:
$15mv_1 = (15 + 8 + 4 + 3)m\,v$
$v/v_1 = 1/2$

Sürtünmesiz yatay düzlemde bir doğru üzerindeki özdeş 5 misketten ilkinin hızı v_1 iken diğerleri durağan haldedir. $e = 1/5$ ise $v_5 / v_1 = ?$



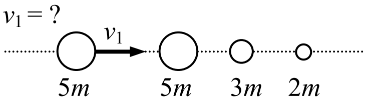
Çarpışma katsayısı tanımından:
$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = \frac{v_2' - v_1'}{v_1}$$
$ev_1 = v_2' - v_1'$
Momentumun korunumundan:
$v_1 = v_2' + v_1'$
Ortak çözüm:
$v_2'/v_1 = (1 + e)/2 = 3/5$
4 üncü çarpışma sonucunda:
$v_5'/v_1 = (3/5)^4 = 81/625$

Bir doğru üzerinde dizilmiş özdeş 4 adet misketten ilkinin hızı v_1 iken diğerleri durağan haldedir. Çarpışma katsayısı $e = 1/2$ olduğuna göre $v_4 / v_1 = ?$

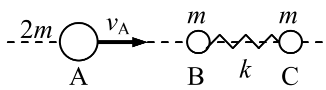


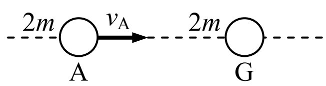
Çarpışma katsayısı tanımından:
$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} = \frac{v_2' - v_1'}{v_1}$$
$ev_1 = v_2' - v_1'$
Momentumun korunumundan:
$v_1 = v_2' + v_1'$
Ortak çözüm:
$v_2'/v_1 = (1 + e)/2 = 3/4$
3 üncü çarpışma sonucunda:
$v_4'/v_1 = (3/4)^3 = 27/64$

Sürtünmesiz yatay düzlemde bir doğru üzerindeki misketlerden ilkinin hızı v_1 iken diğerleri durağan haldedir. İlk iki misket arası çarpışma katsayısı $e = 1$, diğerleri için $e = 0$ olduğuna göre $v_4 / v_1 = ?$



Çarpışma öncesinde, A'nın hızı $v_A > 0$, diğerlerininki sıfırdır. A–B çarpışması *tam elastiktir*. Çarpışma sonrasında, G'nin hızı ile B–C'nin kütle merkezinin hızı eşit ise, A–G çarpışmasında $e = ?$ k–yayı elastiktir. Yay kuvveti impulsif olmadığı için, C'nin A–B çarpışmasına etkisini göz ardı ediniz.

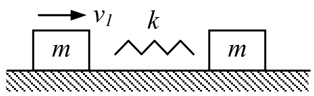




A–B–C sistemi:
Çarpışma katsayısı tanımından:
$$e = -\frac{v_B' - v_A'}{v_B - v_A} = \frac{v_B' - v_A'}{v_A} = 1$$
$v_A = v_B' - v_A'$
Momentumun korunumundan:
$2v_A = v_B' + 2v_A'$
Ortak çözüm:
$$v_A' = \frac{1}{3}v_A, \quad v_B' = \frac{4}{3}v_A$$
Hemen çarpışma sonrasında, B–C'nin kütle merkezinin hızı
$$v_G' = \frac{(v_B' + v_C')}{2} = \frac{v_B'}{2} = \frac{2}{3}v_A$$
olur. Bundan sonraki herhangi bir anda da bu değer sabit kalır. Çünkü ne B, ne de C kütlelerine dış kuvvet etkimemektedir.

A–G sistemi:
Çarpışma katsayısı tanımından:
$$e = -\frac{v_G' - v_A'}{v_G - v_A} = \frac{\frac{2}{3}v_A - \frac{1}{3}v_A}{v_A} = \frac{1}{3}$$

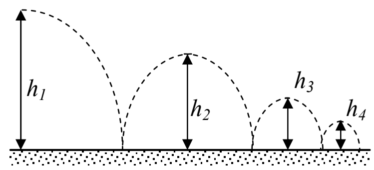
Sürtünmesiz yatay düzlemdeki cisimlerden ilkinin hızı v_1, diğerininki sıfır olup kütleleri m dir. İki cisim arasında kütlesi sıfır olan *tam elastik* bir yay serbestçe durmaktadır. Çarpışmalar tam elastik olduğuna göre, sıkışma aşaması sona erdiği anda yay boyundaki kısalma miktarı x ise $x/v_1 = ?$ $F = kx$



Momentumun korunumu: sıkışma evresinin sonunda her iki cismin hızı eşittir
$mv_1 + 0 = 2mu \;\rightarrow\; u = v_1/2$

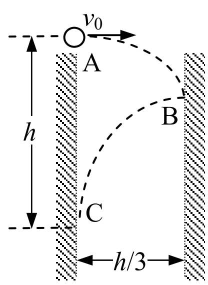
Çarpışma tam elastik olduğundan enerji korunur: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = 2\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}kx^2$$
$$mv_1^2 = 2m\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 + kx^2$$
$$x^2 = \frac{1}{2}\frac{m}{k}v_1^2 \;\rightarrow\; x = \sqrt{\frac{m}{2k}}v_1$$

Bir misket yatay atışla fırlatılıyor. Eğer $h_1 = 64h_4$ ise çarpışma katsayısı $e = ?$



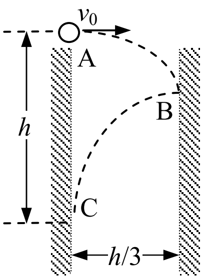
$$e^2 = \frac{v_n^2}{v_{n-1}^2} = \frac{h_n}{h_{n-1}}$$
$$\frac{h_4}{h_3}\frac{h_3}{h_2}\frac{h_2}{h_1} = \frac{h_4}{h_1} = \frac{1}{64} = (e^2)^3$$
$\rightarrow e = 1/2$

Bir cisim A noktasından v_0 hızı ile yatay doğrultuda fırlatıldıktan sonra sırasıyla B ve C'ye çarptığına göre v_0 kaç m/s dir? Çarpışma katsayısı $e = 1/2$, $h = 20$ m, $g = 10$ m/s^2.

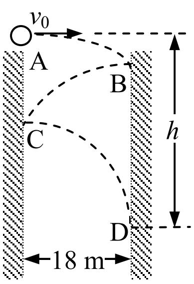


Momentumun korunumu:
$v' = ev_0$ (a)
Kinematik:
$t = t_1 + t_2 = \sqrt{2h/g} = 2$ (b)
$v_0 t_1 = e v_0 t_2 = h/3$ (c)
(c) ifadesinde ilk ikisinin farkı:
$v_0(t_1 - e t_2) = 0$
$\rightarrow \; t_1 = e t_2$ (d)
(c) ifadesinde ilk ikisinin toplamı:
$v_0(t_1 + e t_2) = 2\,h/3$
(d) ifadesi bu eşitlikte yerine konursa:
$e v_0 t_2 = h/3$ (e)
(d) ifadesi (b) ifadesinde yerine konursa:
$t = (e+1) t_2$
Bu ifade (e) de yerine konursa:
$v_0 = \frac{h}{3t}\frac{e+1}{e} = 10$

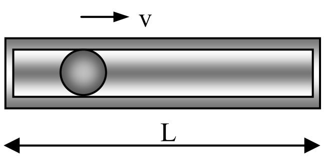
Bir cisim A noktasından v_0 hızıyla yatay doğrultuda fırlatılıyor. Karşı duvara çarptıktan sonra C noktasına düşüyor. v_0 =10 m/s, h =20 m, g =10 m/s^2 olduğuna göre çarpışma katsayısı e hangisidir?



Bir cisim A noktasından v_0 hızı ile yatay doğrultuda fırlatıldıktan sonra sırasıyla B, C ve D'ye çarpıyor. v_0 =18 m/s, g=10 m/s^2 ve çarpışma katsayısı e = 1/3 olduğuna göre h kaç metredir?



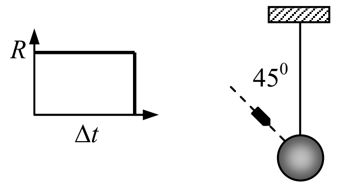
Silindir ve kürenin kütleleri eşit olup aralarında sürtünme yoktur. Sistem durağan halde iken silindir gösterilen yönde v hızı ile harekete başlatılıyor. İlk çarpışma anından, ikinci çarpışma anına kadar geçen süre kaç L/v dir? Çarpışma katsayısı e dir.

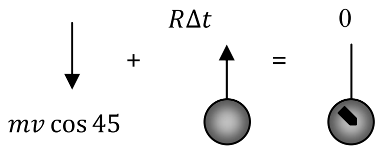


Çarpışma katsayısı tanımından:
$e(v - 0) = u' - v'$

$u' - v' = ev = \frac{L}{\Delta t} \;\rightarrow\; \Delta t = \frac{L}{ev}$

Şekildeki sarkaça, kütlesi $m = 1/\sqrt{200}$ kg olan bir mermi v = 800 m/s hız ile Δt = 0.001 s sürede saplandığına göre, ipteki impulsif kuvvetin en büyük değeri kaç kN olur? İpteki impulsif kuvvet şekildeki gibidir.

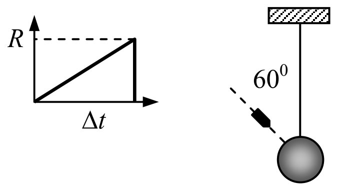


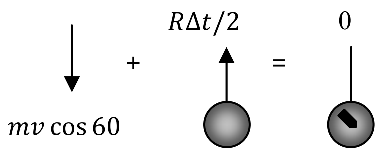


$-\frac{1}{\sqrt{2}}mv + R\Delta t = 0$

$R = \frac{mv}{\Delta t\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{200}} \times 800}{0.001\sqrt{2}}$
$R = 40000\ N = 40\ kN$

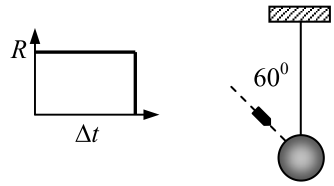
Şekildeki sarkaça, kütlesi m = 0.01 kg olan bir mermi v = 800 m/s hız ile Δt = 0.001 s sürede saplandığına göre rijit ipteki impulsif kuvvetin en büyük değeri kaç kN olur? İpteki impulsif kuvvet şekildeki gibidir.

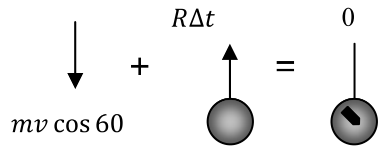




$-\frac{mv}{2} + \frac{R\Delta t}{2} = 0$
$R = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{0.01 \times 800}{0.001} = 8\ \text{kN}$

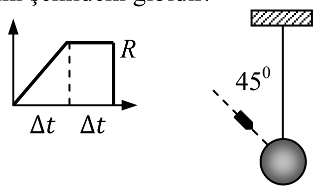
Şekildeki sarkaça, kütlesi m = 0.01 kg olan bir mermi v = 800 m/s hız ile Δt = 0.001 s sürede saplandığına göre rijit ipteki impulsif kuvvetin en büyük değeri kaç kN olur? İpteki impulsif kuvvet şekildeki gibidir.

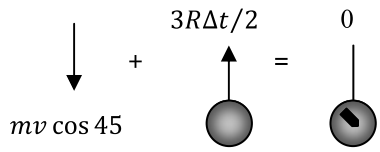




$-\frac{mv}{2} + R\Delta t = 0$
$R = \frac{mv}{2\Delta t} = \frac{0.01 \times 800}{0.002} = 4\ kN$

Şekildeki sarkaça, kütlesi $m = 1/\sqrt{200}$ kg olan bir mermi v = 900 m/s hız ile $2\Delta t = 0.002$ s sürede saplandığına göre, ipteki impulsif kuvvetin en büyük değeri kaç N olur? İpteki impulsif kuvvetin değişimi şekildeki gibidir.

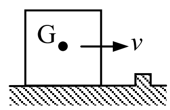




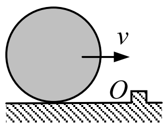
$-\frac{1}{\sqrt{2}}mv + \frac{3}{2}R\Delta t = 0$

$R = \frac{\sqrt{2}mv}{3\Delta t} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{200}} \times 900}{3 \times 0.001} = 30000\ \text{N}$

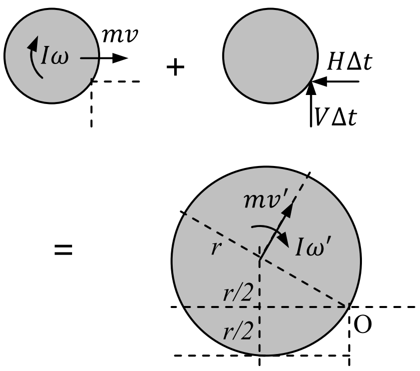
Ağırlığı W ve kenar uzunluğu b olan kare şeklindeki bir blok, yatay ve pürüzsüz yüzey üzerinde kayarken O noktasındaki küçük bir tümseğe çarpıyor. A köşesi ile tümsek arasındaki çarpışma tam plastik olduğuna göre bloğun açısal hızı kaç v/b dir? $I = m\,b^2/6$



Yarıçapı r olan bir disk, yatay düzlem üzerinde kaymadan yuvarlanırken yüksekliği $r/2$ olan tümseğe çarpıyor. Çarpışma sona erdiği anda diskin merkezinin hızı v' ise v'/v =? Çarpışma katsayısı $e = 0$ ve $I = mr^2/2$.



$mom_1 + imp_{1\to2} = mom_2$



Açısal impuls – momentum: O noktasına göre moment:

$mv\frac{r}{2} + I\omega = mv'r + I\omega'$

Kinematik bağıntılar:

$v = \omega r \quad , \quad v' = \omega' r$

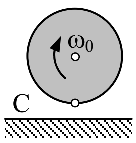
moment ifadesine yerleştirilirse:

$mv\frac{r}{2} + \frac{mr^2}{2}\frac{v}{r} = mv'r + \frac{mr^2}{2}\frac{v'}{r}$

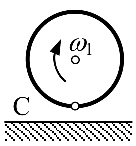
Sonuç:

$v'/v = 2/3$

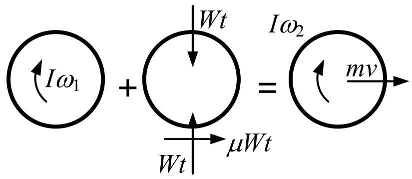
Yarıçapı r ve ağırlığı W olan silindir sadece ω_0 ilk açısal hızı ile yatay zemine bırakılmıştır. Silindir ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı μ dür. Silindirin kaymaksızın yuvarlanmaya başladığı andaki açısal hızı ω_1 ise, ω_0/ω_1 oranı hangisidir? Öneri: impuls-momentum ilkesinden faydalanılabilir.



Yarıçapı r ve ağırlığı W olan çember sadece ω_1 ilk açısal hızı ile yatay zemine bırakılmıştır. Çemberle zemin arasındaki sürtünme katsayısı μ dür. Çemberin kaymaksızın yuvarlanmaya başladığı andaki açısal hızı ω_2 ise, ω_1/ω_2 =? $I = mr^2$. İmpuls – momentum ilkesi.



$mom_1 + imp_{1\to2} = mom_2$



Eylemsizlik momenti: $I = mr^2$

İmpuls – momentum:

$\mu Wt = mv \quad \to \quad v = \mu gt$

Açısal impuls – momentum:

$-I\omega_1 + \mu Wtr = -I\omega_2$

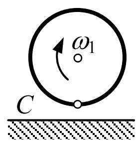
Son iki denklemden:

$\omega_2 = \omega_1 - \frac{v}{r}$

Kaymaksızın yuvarlanma başladığı anda:

$v = r\omega_2 \quad \to \quad \omega_1/\omega_2 = 2$

Yarıçapı r ve ağırlığı W olan çember sadece ω_1 ilk açısal hızı ile yatay zemine bırakılmıştır. Çemberle zemin arasındaki sürtünme katsayısı μ dür. Çemberin yere bırakıldığı andan itibaren kayarak yuvarlandığı süre T dir. Aynı çember $2\omega_1$ açısal hızıyla yere bırakılsaydı kayarak yuvarlanma süresi kaç T olurdu?
$I = m\, r^2$. impuls - momentum ilkesi.

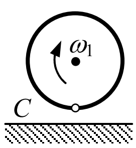


Kayarak yuvarlanma süresi:

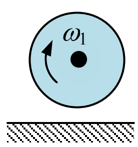
$v = r\omega_2 = r\,\omega_1/2 = \mu gt$

$t = \frac{r\omega_1}{2\mu g}$

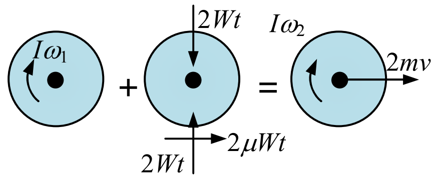
Yarıçapı r ve ağırlığı W olan çember sadece ω_1 ilk açısal hızı ile yatay zemine bırakılmıştır. Çemberle zemin arasındaki sürtünme katsayısı μ dür. Çemberin yere bırakıldığı andan itibaren kayarak yuvarlandığı süre T dir. Çemberin ağırlığı $2W$ olsaydı kayarak yuvarlanma süresi kaç T olurdu?
$I = m\, r^2$. İmpuls – momentum ilkesi.



Yarıçapı $r = 1$ m ve ağırlığı $W = 1$ N olan diskin merkezinde, ağırlığı W fakat atalet momenti sıfır olan cisim bağlıdır. Disk ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı $\mu = 0.1$ dir. Disk $\omega_1 = 1$ rad/s ilk açısal hızı ile yatay zemine bırakıldığı andan itibaren kayarak yuvarlandığı süre kaç saniyedir? $g = 10$ m/s^2.
Öneri: imp – mom.



$mom_1 + imp_{1\to2} = mom_2$



Eylemsizlik momenti: $I = mr^2/2$

$W = mg = 2Ig/r^2$

İmpuls – momentum:

$2\mu Wt = 2mv \quad \to \quad v = \mu gt$

Açısal impuls – momentum:

$-I\omega_1 + 2\mu Wtr = -I\omega_2$

$-\omega_1 + 4\mu gt/r = -\omega_2$

Ortak çözüm:

$\omega_2 = \omega_1 - 4\,v/r$

Kaymaksızın yuvarlanma başladığı anda:

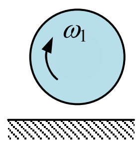
$v = r\omega_2 \quad \to \quad 5\omega_2 = \omega_1$

Kayarak yuvarlanma süresi:

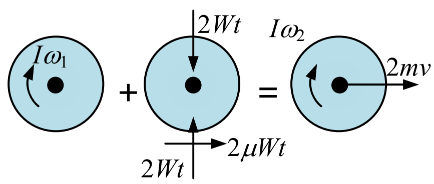
$v = r\omega_2 = r\,\omega_1/5 = \mu gt$

$t = \frac{r\omega_1}{5\mu g} = \frac{1\times1}{5\times0.1\times10} = \frac{1}{5}$

Yarıçapı 1 m ve ağırlığı 1 N olan diskin merkezinde, ağırlığı 1 N fakat atalet momenti sıfır olan cisim bağlıdır. Disk ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı μ dür. Disk $\omega_1 = 1$ rad/s ilk açısal hızı ile yatay zemine bırakıldığı andan itibaren kayarak yuvarlandığı süre 1/2 s ise μ =?
$g = 10$ m/s^2. Öneri: imp – mom.



$mom_1 + imp_{1\to2} = mom_2$



Eylemsizlik momenti: $I = mr^2/2$

$W = mg = 2Ig/r^2$

İmpuls – momentum:

$2\mu Wt = 2mv \quad \to \quad v = \mu gt$

Açısal impuls – momentum:

$-I\omega_1 + 2\mu Wtr = -I\omega_2$

$-\omega_1 + 4\mu gt/r = -\omega_2$

Ortak çözüm:

$\omega_2 = \omega_1 - 4\,v/r$

Kaymaksızın yuvarlanma başladığı anda:

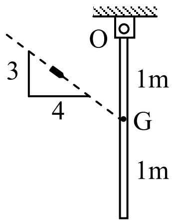
$v = r\omega_2 \quad \to \quad 5\omega_2 = \omega_1$

Kayarak yuvarlanma süresi:

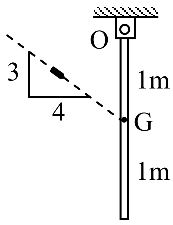
$v = r\omega_2 = r\,\omega_1/5 = \mu gt$

$\mu = \frac{r\omega_1}{5tg} = \frac{1\times1}{5\times\frac{1}{2}\times10} = \frac{1}{25}$

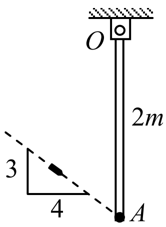
Ağırlığı 0.5 N olan bir mermi 500 m/s hızla, 200 N ağırlığında ve O noktasında mafsallı kirişe atılıyor. Mermi kirişe saplandıktan hemen sonra kirişin açısal hızı kaç rad/s olur? $I = mL^2/12$ ve $g = 10\text{m/s}^2$.



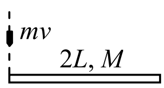
Ağırlığı 0.5 N olan bir mermi, 200 N ağırlığında ve O noktasında mafsallı kirişe atılıyor. Mermi kirişe saplandıktan hemen sonra kirişin açısal hızı 3/13 rad/s olduğuna göre merminin hızı kaç m/s dir? $I = mL^2/12$ ve $g = 10\text{m/s}^2$.

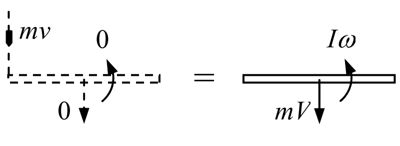


Ağırlığı 0.5 N olan bir mermi 500 m/s hızla, 200 N ağırlığında ve O noktasında mafsallı kirişe atılıyor. Mermi kirişe saplandıktan hemen sonra kirişin açısal hızı kaç rad/s olur? $I = mL^2/12$ ve $g = 10$ m/s^2.



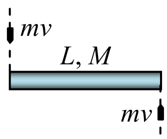
Kütlesi m olan bir mermi v hızı ile yerçekimsiz ortamda bulunan ve kütlesi M olan durağan bir çubuğa atılıyor. Mermi çubuğa saplandıktan hemen sonra çubuğun kütle merkezinin hızı V ve açısal hızı ω ise $\omega L/V = ?$ $I = Ml^2/12$ ve $m \ll M$.

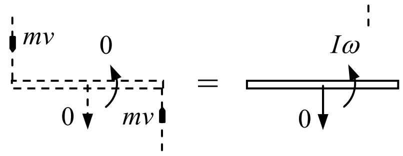




(Açısal) momentumun korunumu:
$mv \cong MV$, $mvL = I\omega$
Ortak çözüm:
$MVL = 4ML^2\omega/12$
$\omega L/V = 3$

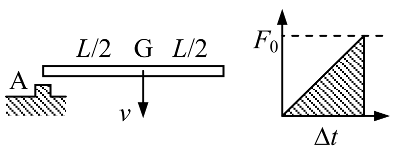
Kütlesi m olan iki mermi v hızı ile yerçekimsiz ortamda bulunan ve kütlesi M olan durağan bir çubuğa atılıyor. Mermiler çubuğa aynı anda saplanıyor. Çarpışma tamamlandıktan hemen sonra çubuğun açısal hızı $\omega = ?$ $M/m = 1200$ ve $L/v = 0.5$ s. Çarpışmadan sonra atalet momentinin değişmediğini varsayınız.

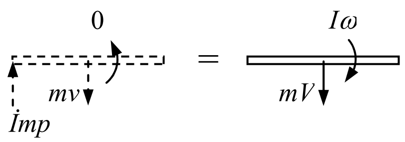




Toplam lineer momentum çarpışma öncesinde ve sonrasında sıfırdır.
Çarpışma öncesi açısal momentum
$mvL = I\omega$
$mvL = \dfrac{ML^2}{12}\omega$
$\omega = 12\dfrac{mv}{ML} = \dfrac{1}{50}$ rad/s

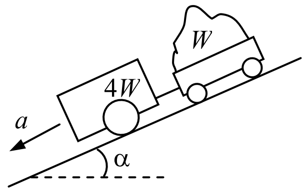
Kütlesi m ve uzunluğu L olan çubuk sabit A mesnedine v hızı ile çarpıyor. Etki-tepki kuvvetinin zamanla değişimi şekilde verildiği gibidir. A'ya etkiyen impulsif kuvvetin en büyük değeri F_0 hangisidir? $I = mL^2/12$.



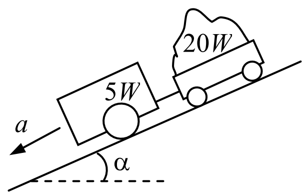


Kinematik: Çarpışma plastik olduğundan çubuk A etrafında dönmelidir:
$\omega = \dfrac{2V}{L}$
İmpuls-momentum:
$mv - \dfrac{F_0\Delta t}{2} = mV$
$\dfrac{F_0\Delta t}{4}L = I\omega$
Gerekli sadeleştirmelerden sonra:
$2mV = 2mv - F_0\Delta t = 3F_0\Delta t$
$F_0 = \dfrac{mv}{2\Delta t}$

Çekicinin ağırlığı $4W$, römorkun yük ile beraber ağırlığı W dir. Çekici ile zemin arasındaki sür tünme katsayısı μ=4/5 olduğuna göre çekicinin hızlanırken sahip olabileceği en büyük ivmenin yerçekimi ivmesine oranı hangisidir? $\alpha=30^0$.

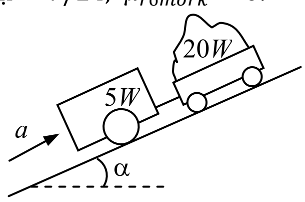


Çekicinin ağırlığı $5W$, römorkun yük ile birlikte ağırlığı $20W$'dır. Çekici kaymaksızın en çabuk $a = -g/25$ ivme ile yavaşlayabildiğine göre çekici ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_{çekici} = ?$ $\tan = 3/4$, $\mu_{römork} = 0$.

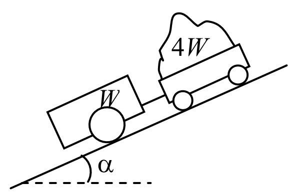


Çekicinin ağırlığı $5W$, römorkun yük ile birlikte ağırlığı $20W$'dır. Çekicinin römork ile beraber sahip olabildiği en büyük ivme a=4g/5 olduğuna göre çekici ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_{çekici} = ?$ $\tan = 3/4$, $\mu_{römork} = 0$.

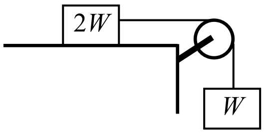
İticinin ağırlığı $5W$, römorkun yük ile birlikte ağırlığı $20W$'dir. İticinin römork ile beraber sahip olabildiği en büyük ivme $a = g/50$ olduğuna göre itici ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_{itici} = ?$ $\tan = 7/24$, $\mu_{römork} = 0$.

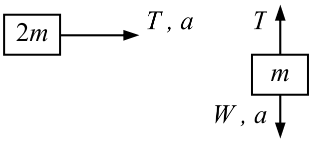


Çekicinin ağırlığı W, römorkun yük ile beraber ağırlığı $4W$ dir. Zemin ile çekici ve römork arasındaki sürtünme katsayıları $\mu = 5$ ve $\mu = 0$ dır. Çekicinin aşağı doğru hızlanırken sahip olabileceği en büyük ivme $a_{aşağı}$ ve yukarı doğruyken $a_{yukarı}$ olsun. Dinamik sürtünme katsayısı, statik sürtünme katsayısına eşit kabul edilirse, $a_{aşağı} / a_{yukarı} = ?$ $\tan \alpha = 3/4$ ve $\mu_{Römork} = 0$.



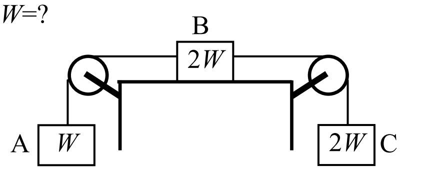
Yerçekimi kuvveti ile hareket eden sistemde yatay düzlem ve makara sürtünmesizdir. İpteki kuvvet T ise T/W=?

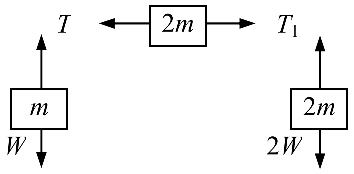




İlk serbest cisim diyagramından:
$T = 2ma$
İkinci serbest cisim diyagramından:
$W - T = ma$
Ortak çözümden:
$W - T = \frac{T}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{T}{W} = \frac{2}{3}$

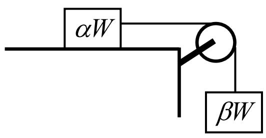
Yerçekimi kuvveti ile hareket eden sistemde yatay düzlem ve makaralar sürtünmesizdir. AB ipindeki kuvvet T ise T/W=?

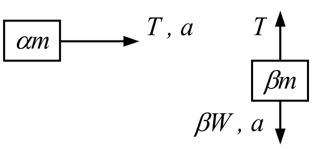




Serbest cisim diyagramlarından:
$2ma = 2(T - W) = T_1 - T = 2W - T_1$
Sonuç olarak:
$T = \frac{6}{5}W,\ T_1 = \frac{8}{5}W,\ ma = \frac{1}{5}W$

Yatay düzlem ve makara sürtünmesiz olup bloklar yerçekimi etkisi ile hareket etmektedir. İpteki kuvvet bu durumda T_1, blokların yeri değiştirilmiş sistemde de T_2 olsun. T_1/T_2 =? $\alpha, \beta = sbt > 0$.

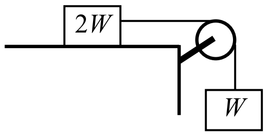


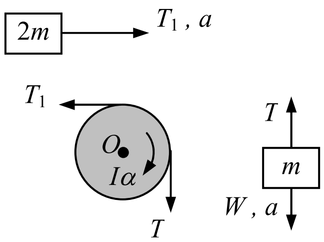


İlk serbest cisim diyagramından:
$T = \alpha ma$
İkinci serbest cisim diyagramından:
$\beta W - T = \beta ma$
Ortak çözümden:
$\beta W - T = \beta T/\alpha$
$\frac{T}{W} = \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}$

Sistemin ivmesi:
$\frac{T}{W} = \frac{\alpha ma}{mg} = \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} \quad \rightarrow \quad \frac{a}{g} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$

Yerçekimi kuvveti ile hareket eden sistemde yatay düzlem sürtünmesizdir. Makaranın eylemsizlik momenti $I = Wr^2/2g$ dir. İp kaymaksızın makarayı yuvarlarken makara pime sürtünmesiz bağlıdır.
Düşey kısımda ipteki kuvvet T ise T/W=?

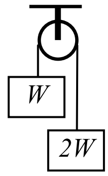


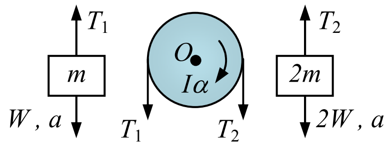


$I = \frac{Wr^2}{2g},\ \ \alpha = \frac{a}{r},\ \ I\alpha = \frac{W}{2g}ar$

$2W$'nin serbest cisim diyagramından:
$T_1 = \frac{2W}{g}a$
W'nin serbest cisim diyagramından:
$W - T = \frac{W}{g}a$
İlk ifade ikincisinde yerine konursa:
$2(W - T) = T_1$
Makaranın serbest cisim diyagramından:
$M_o = (T - T_1)r = I\alpha$
$T - T_1 = \frac{W}{2g}a$
İlk ifade sonuncusunda yerine konursa:
$4(T - T_1) = T_1$
Sonuç olarak:
$4T = 5T_1 = 5 \times 2(W - T)$
$\rightarrow \frac{T}{W} = \frac{5}{7}$

Yerçekimi kuvveti ile hareket eden sistemde makaranın eylemsizlik momenti I dır. İp kaymaksızın makarayı yuvarlarken makara pime sürtünmesiz bağlıdır. W'nin bağlı olduğu kısımda ipteki kuvvet T_1, diğeri T_2 dir. $T_2 - T_1 = W/10$ olursa, makaranın atalet momenti kaç Wr^2/g olur?

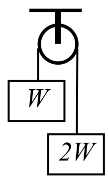


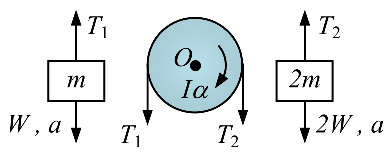


$I = \frac{Wr^2}{2g},\ \ \alpha = \frac{a}{r}$

W'nin serbest cisim diyagramından:
$T_1 - W = \frac{W}{g}a$
$2W$'nin serbest cisim diyagramından:
$2W - T_2 = \frac{2W}{g}a$
Denklemlerin toplamından:
$T_1 - T_2 + W = \frac{3W}{g}a$
$T_2 - T_1 = W/10$ yerine konursa:
$\frac{1}{10} = \frac{3a}{g} - 1 \quad \rightarrow \quad \frac{a}{g} = \frac{11}{30}$
Makaranın serbest cisim diyagramından:
$M_o = I\alpha$
$(T_2 - T_1)r = I\frac{a}{r}$
$\frac{W}{10g}r^2 = \frac{11}{30}I$
$I = \frac{3}{11}\frac{Wr^2}{g}$

Yerçekimi kuvveti ile hareket eden sistemde makaranın eylemsizlik momenti $I = Wr^2/2g$ dir. İp kaymaksızın makarayı yuvarlarken makara pime sürtünmesiz bağlıdır. W'nin balğı olduğu kısımda ipteki kuvvet T_1 ise T_1/W =?
H : $I = mr^2/2$.





$$I = \frac{Wr^2}{2g}, \quad \alpha = \frac{a}{r}, \quad I\alpha = \frac{W}{2g}ar$$

W'nin serbest cisim diyagramından:

$$T_1 - W = \frac{W}{g}a$$

$2W$'nin serbest cisim diyagramından:

$$2W - T_2 = \frac{2W}{g}a$$

Makaranın serbest cisim diyagramından:

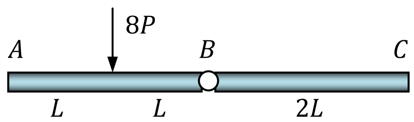
$$M_o = I\alpha$$

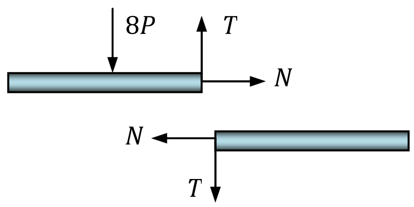
$$(T_2 - T_1)r = \frac{W}{2g}ar$$

Üç denklemin ortak çözümünden:

$$\frac{T_1}{W} = \frac{9}{7}, \quad \frac{T_2}{W} = \frac{10}{7}, \quad \frac{a}{g} = \frac{2}{7}$$

Her birinin boyu $2L$ ve kütlesi m olan homojen özdeş iki çubuk birbirine mafsalla bağlanmıştır. Şekilde görülen anda çubukların hızları sıfır olup birincinin orta noktasına $8P$ kuvveti etkimektedir. Çubukların açısal ivmelerinin oranı $\alpha_1/\alpha_2 =$?
$I = ml^2/12$





$$I = m\frac{(2L)^2}{12} = m\frac{L^2}{3}$$

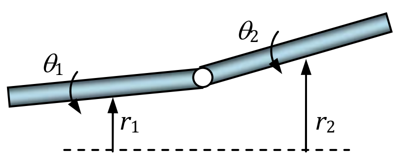
AB çubuğu serbest cisim diyagramından:

$$T - 8P = ma_1$$
$$TL = I\alpha_1$$

BC çubuğu serbest cisim diyagramından:

$$-T = ma_2$$
$$TL = I\alpha_2$$

Kinematik koşul:



$$r_1 + \theta_1 L + \theta_2 L = r_2$$

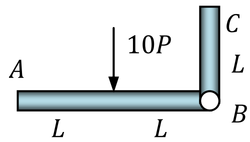
Her iki tarafın zamana göre iki kez türevi alınırsa:

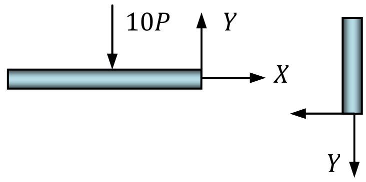
$$a_1 + \alpha_1 L + \alpha_2 L = a_2$$

Denklemlerin çözümünden:

$$a_1 = -7\frac{P}{m}$$
$$a_2 = -\frac{P}{m}$$
$$\alpha_1 = \alpha_2 = 3\frac{P}{mL}$$
$$T = P$$

Her birinin kütlesi m olan homojen iki çubuk B'de mafsalla bağlanmıştır. Şekilde görülen anda çubuklardan ilkinin orta noktasına $10P$ kuvveti etkimektedir. Mafsal kuvvetinin yatay bileşeni sıfır olduğuna göre düşey bileşeni kaç P dir?
$I = ml^2/12$





Her bir çubuğun kendi kütle merkezine göre atalet momenti:

$$I_2 = m\frac{L^2}{12}, \quad I_1 = m\frac{L^2}{3}$$

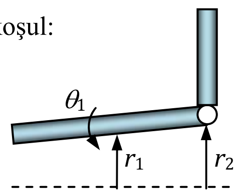
AB çubuğu serbest cisim diyagramından:

$$Y - 10P = ma_1$$
$$YL = I_1\alpha_1$$

BC çubuğu serbest cisim diyagramından:

$$-Y = ma_2$$

Kinematik koşul:



$$r_1 + \theta_1 L = r_2$$

Her iki tarafın zamana göre iki kez türevi alınırsa:

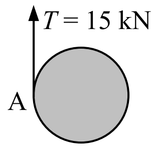
$$a_1 + \alpha_1 L = a_2$$

Denklemlerin çözümünden:

$$a_1 = -8\frac{P}{m}$$
$$a_2 = -2\frac{P}{m}$$
$$\alpha_1 = 6\frac{P}{mL}$$
$$Y = 2P$$

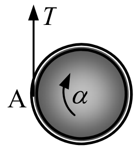
$$\begin{pmatrix} -m & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -m\,L^2/3 & L \\ 0 & m & 0 & 1 \\ 1 & -1 & L & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \alpha_1 \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Ağırlığı 15 kN ve yarıçapı 1 m olan homojen bir diskin çevresine sarılmış olan ip, T = 15 kN kuvvet ile yukarı çekiliyor. Diskin açısal ivmesi kaç g / r dir? g, yer çekim ivmesi. $I = m\,r^2 / 2$.



Önceki soruda, diskin merkezinin ivmesi kaç m/s^2 dir?

Her biri 15 kN olan homojen yapıdaki çember ve disk kaynaklı olup, sarılı ip T kuvveti ile yukarı çekiliyor. Açısal ivme $\alpha = 2g/r$ ise T kaç kN şiddetindedir?
$r = 1$ m, $g = 10$ m/s^2. $I_{çember} = mr^2$.



Toplam ağırlık

$$W = 15 + 15 = 30\ kN$$

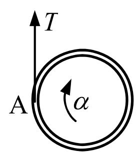
Çember ve diskin toplam eylemsizlik momenti:

$$I = mr^2 + \frac{mr^2}{2} = \frac{3}{2}mr^2 = \frac{3W}{2g}r^2$$

Merkeze göre moment alınırsa:

$$Tr = I\alpha$$
$$Tr = \frac{3W}{2g}r^2\frac{2g}{r}$$
$$T = 3W = 45\ \text{kN}$$

Ağırlığı 15 kN ve yarıçapı $r = 1$ m olan homojen bir çembere sarılmış olan ip, T kuvveti ile yukarı çekiliyor. Çemberin açısal ivmesi 20 rad/s^2 ise T kaç kN dur?
$g = 10$ m/s^2 ve $I = m\,r^2$.

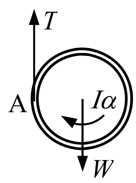


Çemberin eylemsizlik momenti:

$$I = mr^2$$

Merkeze göre moment alınırsa:

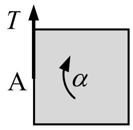
$$Tr = I\alpha$$
$$T \times 1 = \frac{15}{10}1^2 20$$
$$T = 30\ \text{kN}$$



Önceki soruda, çemberin merkezinin ivmesi sıfır olsaydı T kuvveti kaç kN olurdu?

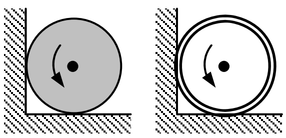
$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \quad T - W = 0$
$T = 15$ kN

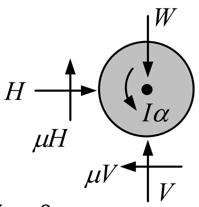
Ağırlığı 15 kN ve kenarı b = 2 m olan kare şeklindeki homojen bir levhaya sarılmış olan ip, T kuvveti ile yukarı doğru çekiliyor. Levhanın açısal ivmesi 20 rad/s^2 ise T kaç kN dur? g = 10 m/s^2 ve $I = m\,b^2/6$.



Levhanın eylemsizlik momenti:
$I = mb^2/6$
Merkeze göre moment alınırsa:
$Tb/2 = I\alpha$
$T \times 1 = \frac{15}{10}\frac{2^2}{6}20$
$T = 20$ kN

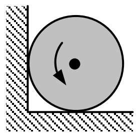
ω_0 ilk açısal hızı ile dönen r yarıçaplı ve W ağırlığındaki silindirin temas eden noktalarında sürtünme katsayısı μ olup sabit açısal ivme α_s ile yavaşlamaktadır. Yarıçapı ve ağırlığı silindir ile aynı olan bir çemberin açısal ivmesi $\alpha_ç$ ise $\alpha_ç/\alpha_s$=?





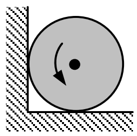
Denge denklemleri:
$\sum X \rightarrow H - \mu V = 0$
$\sum Y \rightarrow \mu H + V - W = 0$
Dinamik denge denklemi:
$\sum M_G \rightarrow (\mu H + \mu V)r - I\alpha = 0$
Eylemsizlik momenti:
$I = \frac{W}{g}\beta r^2$
Silindir için: $\beta = 1/2$
Çember için: $\beta = 1$
İlk iki denklemden:
$V = \frac{W}{1+\mu^2} \quad , \quad H = \frac{\mu W}{1+\mu^2}$
Son denklemde yerine konursa:
$\alpha = \frac{c}{\beta} \quad , \quad c = \frac{\mu+\mu^2}{1+\mu^2}\frac{g}{r}$
Sonuç olarak:
$\frac{\alpha_ç}{\alpha_s} = \frac{\beta_s}{\beta_ç} = \frac{1}{2}$

ω_0 ilk açısal hızı ile dönen r yarıçaplı ve W ağırlığındaki silindirin temas eden noktalarında sürtünme katsayısı μ olup sabit açısal ivme α_1 ile yavaşlamaktadır. Yarıçapı $2r$ ve ağırlığı W olan silindirin açısal ivmesi α_2 ise α_1/α_2 =?



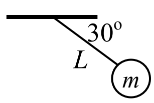
Önceki çözümden:
$\alpha = \frac{c}{\beta} \quad , \quad c = \frac{\mu+\mu^2}{1+\mu^2}\frac{g}{r}$
Sonuç olarak:
$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{r_2}{r_1} = 2$

ω_0 ilk açısal hızı ile dönen r yarıçaplı ve W ağırlığındaki silindirin temas eden noktalarında sürtünme katsayısı μ olup sabit açısal ivme α ile yavaşlamaktadır. Silindirin ağırlığı $2W$ olsaydı açısal ivme kaç α olurdu?

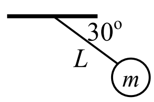


Önceki örnekte çözümün W den bağımsız olduğu anlaşılmaktadır.

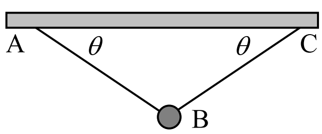
Şekildeki konumda iken ipteki kuvvet sarkacın ağırlığına eşit ve ivmenin ip doğrultusundaki bileşeni a_n ise a_n/g=?

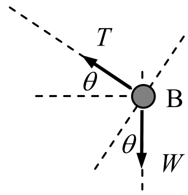


Şekildeki konumda iken ipteki kuvvet sarkacın ağırlığının yarısına eşit ve ivmenin ip doğrultusundaki bileşeni a_n ise a_n/g=?



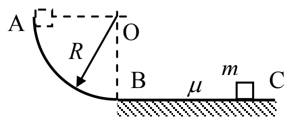
Ağırlığı W olan bir küre tavana iplerle asılıdır. BC ipi aniden kesiliyor. BC kesildikten hemen sonra AB ipindeki gerilme kuvveti kaç W dir? θ = 30 derecedir





BC kesildiği anda kürenin hızı $v = 0$ dır.
$a_n = v^2/\rho = 0$
$F_n = -T + W\sin\theta = ma_n = 0$
$\rightarrow \quad T = W/2$

Sürtünme katsayısı A-B aralığında sıfır, B-C aralığında μ dür. Kütlesi m olan blok A konumunda serbest bırakılıyor. C konumunda hızı v_C=0 olduğuna göre sürtünme katsayısı μ = ? |BC| = 3R.



A–B aralığında iş–enerji denklemi:
$T_A + U_{A\rightarrow B} = T_B$
$0 + mgR = \frac{mv_B^2}{2}$
$v_B^2 = 2gR$
B–C aralığında iş–enerji denklemi:
$T_B + U_{B\rightarrow C} = T_C$
$mgR - (\mu mg)(3R) = 0$
$\mu = 1/3$

Sürtünme katsayısı A-B aralığında sıfır, B-C aralığında μ dür. Kütlesi m olan blok, C konumundan v_C hızı ile B ye doğru harekete başlayıp A konumuna ulaşıyor. v_A=0, |BC|=2R ve AOB açısı 90^0 olduğuna göre $(v_C)^2$/2gR = ?

Sürtünme katsayısı A-B aralığında sıfır, B-C aralığında μ dür. Kütlesi m olan blok A konumunda serbest bırakılıyor. C konumunda iken kinetik enerjisi T_C=T_B/4 olduğuna göre sürtünme katsayısı μ = ? |BC|=2R.

Sürtünme katsayısı A-B aralığında sıfır, B-C aralığında μ dür. Kütlesi m olan blok A konumunda serbest bırakılıyor. C konumundan v_C = v_B/3 hızıyla geçiyor. Sürtünme katsayısı μ = ? |BC| = 3R.

Sürtünme katsayısı A-B aralığında sıfır, B-C aralığında μ = 8/27 dir. Kütlesi m olan blok A konumunda serbest bırakılıyor. Blok C konumundan v_C, B konumundan v_B hızıyla geçtiğine göre v_B/v_C oranı hangisidir? |BC|=3R.

$\boldsymbol{F} = A\,x\boldsymbol{i} + B\,xy\boldsymbol{j} + C\,z\boldsymbol{k}$ kuvvetinin konservatif olması için hangi sabit ya da sabitlerin sıfır olması yeterlidir?

Kuvvetin konservatif olma koşulu:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}$$

$F_x = A\,x,\ \ F_y = B\,xy,\ \ F_z = C\,z$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \rightarrow 0 = B\,y \rightarrow B = 0$$
$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} \rightarrow 0 = 0$$
$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \rightarrow 0 = 0$$

$\boldsymbol{F} = A\,zx^2\boldsymbol{i} + B\,xy\boldsymbol{j} + C\,z^2\boldsymbol{k}$ kuvvetinin konservatif olması için hangi sabitler sıfırdan farklı olmalıdır? $F \neq 0$

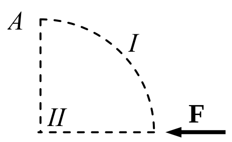
Kuvvetin konservatif olma koşulu:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}$$

$F_x = A\,zx^2,\ \ F_y = B\,xy,\ \ F_z = C\,z^2\boldsymbol{k}$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \rightarrow 0 = B\,y \rightarrow B = 0$$
$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} \rightarrow A\,x^2 = 0 \rightarrow A = 0$$
$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \rightarrow 0 = 0 \rightarrow C \neq 0$$

Doğrultusu ve şiddeti sabit olan bir kuvvet, yarıçapı R olan 1/4 daire yayı üzerinde hareket ederek A'ya ulaştığında yapmış olduğu iş U_{I} ve II yolu üzerinden yaptığı da U_{II} ise $U_{\mathrm{I}} / U_{\mathrm{II}}$ =?



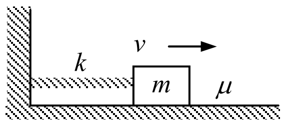
$\vec{F} = \overrightarrow{sbt}$ olduğundan, kuvvetin konservatif olma koşulu:

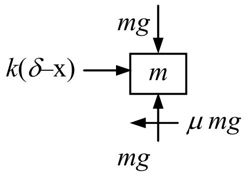
$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}$$

kendiliğinden sağlanır. Yani 0 = 0.

Bir konservatif kuvvetin iki nokta arasında yapmış olduğu iş, izlediği yoldan bağımsızdır. Dolayısıyla $U_I = U_{II}$ olur.

Şekildeki sistemde yay δ kadar sıkıştırıldıktan sonra ucunda kütlesi m olan blok bulunduğu halde serbest bırakılmaktadır. Bloğun yaydan ayrıldığı andaki hızı v olduğuna göre sürtünme katsayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir.





$T_1 + U_{1\rightarrow 2} = T_2$

$T_1 = 0$

$$U_{1\rightarrow 2} = \int_0^{\delta} (k(\delta - x) - \mu mg)dx$$

$$T_2 = m\frac{v^2}{2}$$

$$U_{1\rightarrow 2} = k\frac{\delta^2}{2} - \mu mg\delta$$

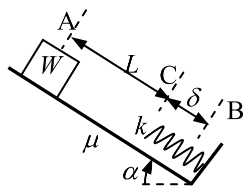
$$0 + k\frac{\delta^2}{2} - \mu mg\delta = m\frac{v^2}{2}$$

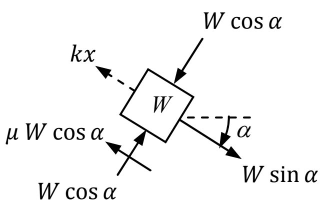
$$k\delta^2 - 2\mu mg\delta = mv^2$$

$$\mu = \frac{k\delta^2 - mv^2}{2mg\delta}$$

Ağırlığı W olan blok A'da serbest bırakıldıktan sonra sürtünmeli eğik düzlemde kayarak B'de duruyor. Sürtünme kuvvetinin C-B aralığında yaptığı iş ihmal edilirse $k\delta^2/2WL$ =?

$T_A + U_{A\rightarrow B} = T_B$.





A ve B de hız sıfır:

$T_A = 0$, $T_B = 0$

İş:

$U_{A\rightarrow B} = U_{A\rightarrow C} + U_{C\rightarrow B}$

Sürtünme kuvvetinin işi:

$U_{A\rightarrow C} = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)WL$

Yay'ın işi:

$$U_{C\rightarrow B} = -k\frac{\delta^2}{2}$$

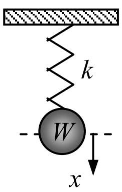
İş ve enerji ifadesinden:

$0 + U_{A\rightarrow B} = 0$

$$U_{A\rightarrow B} = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)WL - k\frac{\delta^2}{2}$$

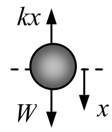
Ağırlığı W olan blok A noktasından B noktasına sürtünmeli eğik düzlemde hareket etmektedir. A ve B de hızı sıfırdır. Bloğa etkiyen kuvvetlerin A-B aralığında yapmış olduğu iş $U_{A\rightarrow B}$ =?

Ağırlığı W olan küre bir yay ile tavana asılmıştır. x'in hangi değeri için toplam potansiyel enerji minimum olur? $F = kx$.



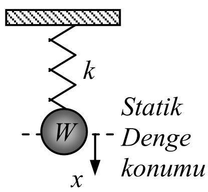
$V = V_{grav} + V_{yay}$

$$V = -Wx + \frac{kx^2}{2}$$

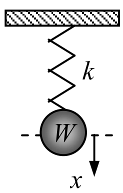


$$\frac{dV}{dx} = -W + kx = 0 \rightarrow x = W/k$$

Ağırlığı W olan küre bir yay ile tavana asılmıştır. x'in hangi değeri için toplam potansiyel enerji minimum olur? Yay kuvveti $F = W + kx$.

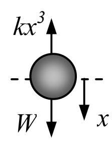


Ağırlığı W olan küre bir yay ile tavana asılmıştır. x'in hangi değeri için toplam potansiyel enerji minimum olduğunda x^3 =? $F = kx^3$.



$V = V_{grav} + V_{yay}$

$$V = -Wx + \frac{1}{4}kx^4$$

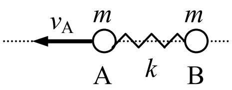


$$\frac{dV}{dx} = -W + kx^3 = 0 \rightarrow x^3 = W/k$$

Ağırlığı 100 kg olan bir cismin, teknik birime göre kütlesi hangisidir? g=10m/s^2.

Her birinin kütlesi m olan A ve B maddesel noktalarının hızları $t = 0$ anında sırasıyla $v_A(0) = 2v$ ve $v_B(0) = 0$ olup yay kuvveti sıfırdır. Elastik k–yayı en fazla ne kadar uzar (ya da kısalır) ?

$F = kx, \quad p = \sqrt{k/m}$



Yay uzaması

$\delta = r_A - r_B$

Uzama hızı sıfır olduğu anda:

$\dot{\delta} = v_A - v_B = 0 \quad \to \quad u = v_A = v_B$

olur ve bu anda uzama miktarı en büyük değere ulaşır.

Kütle merkezine göre hızlar:

$v_A = v_G + v_A'$

$v_B = v_G + v_B'$

Kütle merkezinin hızı:

$2v_G = v_A + v_B = sbt \quad \to \quad v_G = v$

Newton karşılaştırma takımı, sabit hızla öteleme yapan kütle merkezine bağlansın.

Momentumun korunumu:

$v_A' + v_B' = 0$

$\to \quad v' = v_A' = -v_B' \quad , \quad v_0' = v$

Enerjinin korunumu ilkesinden:

$$mv^2 = mv'^2 + \frac{1}{2}k\delta^2$$

Kinetik enerji sıfır olduğunda potansiyel enerji en büyük değeri alır:

$$mv^2 = 0 + \frac{1}{2}k\delta^2$$

$$\delta_{max} = \frac{\sqrt{2}}{p}v$$

Titreşim konusundan

$v_{max} = px_{max}$

bağıntısını hatırlayınız.

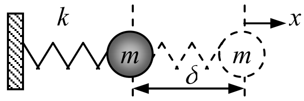
Eğimsiz düz bir yolda 0'dan v hızına sabit ivme ile T sürede ulaşabilen, W ağırlığındaki bir aracın ortalama gücü hangisidir? (Rüzgar direncini ve sürtünme etkilerini göz ardı ediniz).

$m = W/g$.

$v = aT$

$$G = \frac{dU}{dt} = Fv = mav = \frac{mv^2}{T}$$

δ kadar sıkıştırılmış k yayı serbest bırakıldığında ulaşacağı maksimum güç G ise $G^2 = ?$ $\quad F = kx, k/m = 1.$



$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{k\delta^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$mv^2 = k(\delta^2 - x^2)$

$$G = \frac{dU}{dt} = Fv = -kxv$$

$G^2 = (kxv)^2 = k^3x^2(\delta^2 - x^2)/m$

$2GG' = 2k^3x(\delta^2 - 2x^2)/m = 0$

$\to \quad x = 0, \qquad x^2 = \delta^2/2$

$$G^2 = \frac{k^3\delta^4}{4m} = \frac{(\omega k)^2\delta^4}{4}$$

Ağırlığı 1750 N olan bir düşey asansör ile ağırlığı en fazla 2250 N olan yük en fazla 1 m/s hız ile taşınacaktır. Mekanik verimin %80 olacağı varsayılırsa, motor gücü en az kaç kW olmalıdır?

$F = 1750 + 2250 = 4000N$

%80 verim dikkate alındığında

$$G = Fv/0.80 = 4000N \times \frac{1m}{s}/0.8$$

$G = 5kW$

Eğimsiz düz bir yolda v hızı ile ilerleyen bir otomobile etkiyen rüzgar direnci hızın karesi ile orantılıdır, $F = av^2$. Hızı iki katına yükseltmek için güç kaç kat arttırılmalıdır? Rüzgar direnci hariç diğer etkileri göz ardı ediniz.

Rüzgar direnci

$F = cv^2$

Gerekli güç

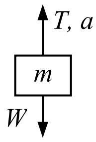
$G = Fv/n = cv^3/n$

Bir otomobile etkiyen rüzgar direnci ve diğer sürtünme etkileri toplamı, q bir sabit olmak üzere $F = qv^2$ şeklinde veriliyor. Motor gücü G olan bir otomobilin ulaşabileceği en büyük hızın 2 katı hıza sahip olabilmesi için motor gücünün kaç G olması gerekir?

$$G = \frac{dU}{dt} = Fv = qv^2v = qv^3$$

$(2)^3 = 8$

Düşey çalışan bir asansör, ağırlığı 5 kN olan durağan yükü 20 metre yukarıya sabit kuvvet ile 4 saniyede çekebiliyor. Asansörün güç verimi %80 ise gücü en az kaç kWatt olmalıdır? $\; g = 10 \text{ m/s}^2$



$T - W = ma$

$$h = \frac{1}{2}at^2 \quad \to \quad a = \frac{2h}{t^2}$$

Hızın en büyük değeri:

$$v = at = \frac{2h}{t} = \frac{2 \times 20}{4} = 10 \text{ m/s}$$

$$T = ma + W = \left(\frac{2h}{gt^2} + 1\right)W$$

$$T = \left(\frac{2 \times 20}{10 \times 4^2} + 1\right) \times 5000 = 6250 \text{ N}$$

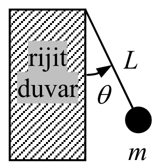
$$\frac{G}{0.80} = Tv = 6250 \times 10$$

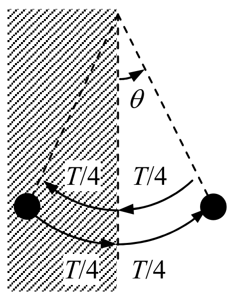
$$= 62500 \text{ Watt}$$

$G = 0.80 \times 62500 = 50000$ Watt

$G = 50$ kWatt

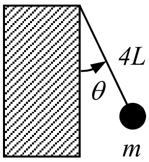
m kütlesi ile rijit duvar arasındaki çarpışma katsayısı $e = 1$ olduğuna göre, herhangi bir θ açısı için titreşimin periyodu kaç T olur? Uzunluğu L olan basit sarkacın periyodu T dir.





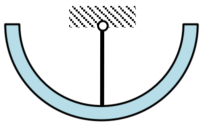
Çarpışma katsayısı $e = 1$ olduğu için kütlenin geri dönüşü tamamlama süresi basit sarkacınki ile aynıdır. Dolayısıyla duvara çarparak geri dönen sarkacın periyodu $T/4 + T/4 = T/2$ olur.

m kütlesi ile rijit duvar arasındaki çarpışma katsayısı $e = 1$ olduğuna göre, herhangi bir θ açısı için titreşimin periyodu kaç T olur? Uzunluğu L olan basit sarkacın periyodu T dir.



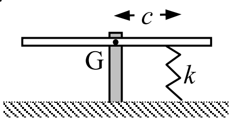
Uzunluğu L olan basit sarkacın periyodu $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Uzunluğu $4L$ olan basit sarkacın periyodu $2T$ olur. Şekilde verilen sistemin periyodu, basit sarkacın periyodunun yarısı olup T dir.

Kütlesi m ve yarıçapı r olan özdeş yarım çember parçası, kütlesi olmayan rijit bir çubuk ile mafsallı olarak çemberin merkezi ile çakışan noktaya bağlanmıştır. Sistemin doğal frekansının karesi p^2 =? H : Çember için $I = mr^2$, yarım çember için $y_G = 2r/\pi$.

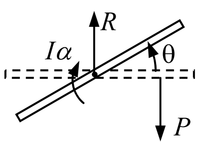


$I_O\ddot{\theta} + mgy_G\theta = 0$
$I_O = mr^2/2$
$$\frac{mr^2}{2}\ddot{\theta} + mg\frac{2r}{\pi}\theta = 0$$
$$\ddot{\theta} + \frac{4g}{\pi r}\theta = 0$$
$$p^2 = \frac{4g}{\pi r}$$

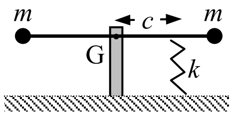
Kütlesi m ve uzunluğu L olan özdeş bir çubuk kütle merkezi G'de mafsallı, $c = L/4$ kadar uzakta da bir k yayına bağlıdır. Küçük salınım ile titreşen sistemin açısal frekansının karesi kaç k/m dir? $I = mL^2/12$.



Kinematik
$\alpha = \ddot{\theta}$
$y = c\sin\theta \cong c\theta$
Kinetik
$P = kc\theta$
G noktasına göre moment alınırsa
$I\ddot{\theta} + kc^2\theta = 0$
$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$
$$\omega^2 = \frac{kc^2}{I} = \frac{3k}{4m}$$



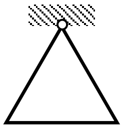
Uzunluğu L olan kütlesiz bir çubuk orta noktasında mafsallı ve $c = L/4$ kadar uzakta da bir k yayına bağlıdır. Küçük salınım ile titreşen sistemin açısal frekansının karesi kaç k/m dir?



Eylemsizlik momenti:
$$I = 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{mL^2}{2}$$

$$\omega^2 = \frac{kc^2}{I} = \frac{k}{8m}$$

Uzunluğu L olan özdeş üç çubuk ile oluşturulan sistemin doğal frekansının karesi p^2 =? H : $I = ml^2/12$



$I_O\ddot{\theta} + 3mgy_G\theta = 0$
$$I_O = 3\frac{mL^2}{12} + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m\left(\frac{\sqrt{3}L}{2}\right)^2$$
$$I_O = \frac{3}{2}mL^2$$
$$y_G = \frac{L}{\sqrt{3}}$$
$$\frac{3}{2}mL^2\ddot{\theta} + 3mg\frac{L}{\sqrt{3}}\theta = 0$$
$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{\sqrt{3}L}\theta = 0$$
$$p^2 = \frac{2g}{\sqrt{3}L}$$

Her birinin uzunluğu L ve kütlesi m olan üç çubuğun mafsallarla bağlanması ile oluşturulan sistemin bir köşegeninde katsayısı k olan lineer elastik yay bağlıdır. Sistemin doğal frekansı p ise mp^2/k =? H : $I = ml^2/12$