

Elektromanyetik Alanlara Giriş - Bahar 2016  
Telafi Sınavı

1

1)  $r_1 < a$  bölgesi için Gauss bağıntısından

$$Q = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 E \cdot 4\pi r_1^2 \Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \vec{e}_r$$

$a < r_2 < b$  bölgesi için Gauss yüzeyi içerisinde kalan yük

$$Q_{ic} = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{r=a}^{r_2} \frac{k}{r} r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi + Q = Q + 2\pi k (r_2^2 - a^2)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_r \epsilon_0 = 2\epsilon_0 \Rightarrow \vec{E}_2 = \left[ \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 r_2^2} + \frac{k}{2\epsilon_0} \frac{r_2^2 - a^2}{r_2^2} \right] \vec{e}_r$$

$r_3 > b$  bölgesi için

$$Q_{ic} = Q + 2\pi k (b^2 - a^2) \Rightarrow \vec{E}_3 = \left[ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_3^2} + \frac{k}{2\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{r_3^2} \right] \vec{e}_r$$

Potansiyel fonksiyonunun hesaplanması:

$r_3 > b$  için

$$V_3 = \int E_3 dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_3} + \frac{k}{2\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{r_3} + C_3 \quad C_3 = \text{integral sabiti}$$

$$V(\infty) \rightarrow 0 \Rightarrow C_3 = 0$$

$a < r_2 < b$  bölgesi için

$$V_2 = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 r_2} - \frac{k}{4\epsilon_0} r_2 - \frac{ka^2}{4\epsilon_0 r_2} + C_2$$

(2)

$r=b$  sınır yüzeyinde  $V_3(b) = V_2(b)$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{k}{2\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{b} - \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 b} + \frac{kb}{4\epsilon_0} + \frac{ka^2}{4\epsilon_0 b}$$

$r, < a$  bölgesi için

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_1$$

$r=a$  sınır yüzeyinde  $V_1(a) = V_2(a)$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a} - \frac{ka}{4\epsilon_0} - \frac{ka^2}{4\epsilon_0 b} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

2) a) Ampere yasasından  $I_1$  telinin manyetik endüksiyonu:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \rho} \vec{e}_\phi \quad zy \text{ düzleminde} \quad \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y} (-\vec{e}_x)$$

İkinci tele etkiyen kuvvet  $d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}_1$

$$d\vec{l} = dz \vec{e}_z \Rightarrow d\vec{F}_2 = I_2 dz \vec{e}_z \times \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi y} dz (-\vec{e}_y)$$

$$\text{Toplam kuvvet} \quad \vec{F}_2 = \int d\vec{F}_2 = \int_{z=0}^{2h} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi y} dz (-\vec{e}_y) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi y} (-\vec{e}_y)$$

b)  $W = -\int \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\int \vec{F}_2 \cdot d\vec{l}$  tel y eksenine doğrultusunda taşındığından

$$d\vec{l} = dy \vec{e}_y \Rightarrow W = \frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi} \int_{d_1}^{d_2} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$$

c)  $\vec{F}_{\text{yeni}} = -\vec{F}_{\text{eski}}$  ve  $W_{\text{yeni}} = -W_{\text{eski}}$

d) Tel aynı konuma döndüğünden yapılan iş sıfıra eşittir.  
Matematiksel gösterim:

(3)

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\rho} \vec{e}_\phi \quad d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}_1 = I_2 dz \vec{e}_z \times \vec{B}_1$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi\rho} (-\vec{e}_\rho)$$

$$W = \int \vec{F}_2 \cdot d\vec{l} \quad \text{tel } z \text{ eksenini etrafında döndürüldüğünden } d\vec{l} = \rho d\phi \vec{e}_\phi$$

$$W = \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2 h}{\pi\rho} \underbrace{(-\vec{e}_\rho) \cdot (\vec{e}_\phi)}_{=0} \rho d\phi = 0$$