# 2

# Kaosun Dönüşü

Üç cisim problemi gibi durumlara çözüm üretmek için kullanılan iterasyon tekniği bir sorun içerir. Bu teknik her zaman işe yaramaz ve işe yarayıp yaramayacağını tekniği kullanmaya başlamadan önce bilemezsiniz. İlgili diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılan bu teknik (hatırlayınız ki bu denklemler analitik olarak çözülemez) birbirini takip eden kestirimleri barındırır. Bu kestirimin ilk adımında hesaplama sadece yaklaşık bir sonuç verirken ikinci adımda gerçeğe daha yakın bir kestirime ve şansınız yaver giderse üçüncü adımda daha da iyi bir kestirime ulaşırsınız. Bu kestirimler amaçladığınız şeye en yakın olacak şekle gelene kadar devam eder; ancak ilgilendiğiniz nesnelerin gerçek hayattaki davranışlarına tam olarak uyan cevaba asla ulaşamazsınız.

Aslında yaptığınız şey prensip olarak sonsuz uzunluktaki bir sayı serisini toplamaktan ibarettir. Matematikçiler güneşin yörüngesindeki gezegenler gibi nesnelerin davranışlarının araştırılmasıyla ilgili olup olmadıklarına bakmaksızın bu tür sonsuz serilerle ilgilenirler. Aynı zamanda, belirli bazı sayılara ulaşırken daha da iyi kestirimler yapmalarına olanak sağlayan pek çok sonsuz seri kullanırlar. Bir çemberin çevresinin çapına oranını ifade eden π sayısının yaklaşık değerine ulaşmak için uygulanan yöntemlerden biri buna iyi bir örnektir. Şu serideki sayıları birbirine ekleyerek $\frac{\pi}{4}$ sayısına dilediğiniz kadar yakın bir sonuca bilfiil ulaşabilirsiniz:

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \dots$$

Bu kestirimde π için ulaştığımız ilk değer olan 4 (4 x 1) parlak bir sonuç değildir. İkinci kestirim olan 2,6666... (4 x $\frac{2}{3}$) biraz daha iyi bir sonuç olmakla beraber "doğru" cevabın diğer tarafında yer alır. Üçüncü bir kestirim olan 3,46666... ise daha da yakın ve yine ilk tarafta bir sonuç verir vs. Bu bahsettiğimiz örnekte adım adım uyguladığımız kestirimler π'nin gerçek değerine her iki taraftan da yakınsayarak her defasında daha yakın birer sonuç verir. Yine de bu çok zahmetli bir uğraştır; çünkü virgülden sonraki yalnızca ilk beş haneyi bize doğru olarak veren π sayısının 3,1415937 değerine bile ancak bu dizideki ilk bir milyon terimin toplanmasıyla ulaşırız. Yeterince sabırlıysanız bu yolla π sayısını istediğiniz yakınlıkla (virgülden sonra istediğiniz haneye kadar) bulabilirsiniz.

Birçok sonsuz seriyse bu şekilde yakınsama göstermez. Örneğin tüm pozitif tam sayıları birbirine eklemek (1 + 2 + 3 + 4 + ...) sonsuza doğru ilerleyen ve sürekli daha büyük sayılara ulaşacağımız bir seriyi verir. Daha da şaşırtıcı bir biçimde, serideki her sayı bir öncekinden daha küçük olmasına rağmen tüm basit kesirleri $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \dots)$ toplamak da sonsuza giden bir seriyi verir. Öte yandan birbirine eklenen terimleri artırdıkça, $\frac{\pi}{4}$'ün kestiriminde olduğu gibi toplamları aşağı ve yukarı yönde zikzaklar çizen seriler de mevcuttur. Hatta bu serilerin toplamları belirli bir değere yakınsamak yerine belirli bir değerden giderek uzaklaşırlar. Şu seriyi ele alalım:

1 – 2 + 3 – 4 + 5 . . .

Bu serideki peşi sıra iterasyonlar size 1, -1, 2, -2, 3, -3 gibi devam eden değerleri verecektir. Seriye ne kadar terim eklerseniz sıfır'ın her iki tarafındaki "kestirimler" sıfır'dan o kadar uzaklaşacaktır. Toplamları belirli herhangi bir yönde seyretmeyen seriler de mevcuttur. Belirli bir sonlu sayıya yakınsamayan tüm bu serilerin uzaksadığı söylenir ve sadece alelade sayılar kullanarak, değişkenler içeren seriler, diğer bir deyişle kuvvet serileri olarak bilinen seriler elde edebilirsiniz. Bu serilere bir örnek şudur:

$$X - \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{3} - \frac{X^4}{4} \ldots$$

Yeterli matematiksel beceriye sahipseniz yukarıdaki seri, yörüngeler gibi şeylerin tanımlanması için size gerekli kapsamı sağlar. Bu tip sonsuz seriler, onları problem çözümünde kullanmaya yarayan teknikler geliştiren ve bu yolla kalkülüsü de geliştirmiş olan Isaac Newton'un çağından beri matematikte önemli bir yer kaplamıştır.

Bazı durumlarda bu tip bir serinin yakınsayacağını matematiksel olarak kanıtlamak serideki milyonlarca terimle hesap yapmadan dahi mümkündür. Kimi durumlarda da bir serinin uzaksayacağı ispat edilebilir. Yine de birçok durumda serinin uzaksayacağını ya da yakınsayacağını kanıtlamanın yolu yoktur. Bu tip durumlarda iyi huylu gibi gözüken bir yakınsayan seriyle çalışıyor olsanız dahi o ana kadar kaç terim eklemiş olursanız olun bir sonraki iterasyonun, beklenmedik bir sonucu karşımıza çıkarmayacağından emin olamazsınız. Bu da o ana kadar bulduğunuz cevabın belirgin biçimde –hatta belki de keskin bir biçimde– değişmesi anlamına gelir.

Bu durum on dokuzuncu yüzyılın ortasında, Güneş Sistemindeki gezegenlerin yörüngelerini hesaplamak için kestirim teknikleri kullanan astronomların içinde bulundukları durumun tıpatıp aynısıdır. Astronomlara göre bu kestirimler işe yarıyor ve tatmin edici sonuçlar veriyordu. Laplace'ın keşfetmiş olduğu gibi bu kestirimler güneşin etrafındaki iyi huylu yörüngeleri tarif ediyordu. Laplace'a göre bu yörüngeler gezegenlerin birbirleri üzerindeki kütleçekimsel etkileri hesaba katıldığında sadece düzenli ve öngörülebilir şekilde değişiyordu; ancak kimse bu hesaplamalarda kullanılan serilerin her zaman yakınsayacağını kanıtlayamamıştı. Astronomlar kestirimler işe yarıyor gibi gözüktüğü sürece bu konuda endişelenmiyordu; ama matematikçiler bunu üstesinden gelinmesi gereken bir husus olarak görüyordu. Kimse de Güneş Sisteminin kararlı olmadığını sahiden düşünmüyordu; yine de bunu ispatlamak hiç de fena olmazdı.

1850'lerde sayı teorisinin önde gelen uzmanlarından olan ve Göttingen Üniversitesinde çalışan Alman matematikçi Lejeune Dirichlet, sonsuz serilerin davranışlarına özel bir ilgi duyuyordu. Dirichlet 1858'de öğrencisi Leopold Kronecker'e, hiçbir analitik çözümü olmayan diferansiyel denklemler ailesini çözmek adına yeni bir teknik geliştirmiş olduğundan bahsetti. Gezegenlerin yörüngelerini tanımlayan denklemler (gök mekaniği denklemleri) için kullanılan sonsuz serilerin yakınsadığını ispat etmek için bu tekniği kullandığını çıtlatmış, ancak detaylardan söz etmemişti. Maalesef Dirichlet öne sürdüğü ispatın detaylarını kimseye anlatamadan 1859'un Mayıs ayında, 54 yaşında hayata gözlerini yumdu. Kronecker diğer matematikçilere Dirichlet'in öne sürdüğü şeyi anlattı; ama ne Kronecker ne de başkası söz konusu serilerin yakınsadığını ispatlayacak teknikleri kullanmayı başardı. Bununla beraber Dirichlet'in gördüğü büyük itibar ve tabii ki de özellikle gezegenlerin yörüngelerinin kararlı olduğuna herkesin inanmak isteyişi, onun başardığını öne sürmüş olduğu şeyi gerçekten de başardığından kimsenin şüphe etmemesine sebep oldu.

1880'lerin sonunda yine de Dirichlet'in yapmış olduğunu söylediği şeyi yeniden üretmeyi başaramamış olmaları matematikçilerin aklını kurcalamaya başlıyordu. Akabinde probleme topluca çözüm arama imkânı doğdu. İsveç Stockholm Üniversitesindeki matematikçiler, komite tarafından belirlenecek dört adet derinlikli sorudan birini yanıtlama iddiasındaki özgün bir matematiksel çalışma için büyük nakit ödüllü bir uluslararası yarışma düzenleyerek, kralları İkinci Oscar'ın yaklaşmakta olan altmışıncı doğum günü kutlamalarına katkıda bulunma fikrini ortaya attılar. Bu dört sorudan biri – Dirichlet'in öne sürüşünden ve kimsenin bu öne sürülen ispatı 30 yıl sonrasında bile yeniden inşa edemeyişinden esinlenerek– gezegen yörüngelerinin hesaplanmasında kullanılan kuvvet serisinin her zaman yakınsayacağına dair ispatı arıyordu. Yalın bir dille söylersek sorulmak istenen kısaca şuydu: Güneş Sistemi kararlı mıdır? Yarışmaya katılanlar arasında bu dikkate değer soruya cevap arayanlardan biri, bu süreçte dinamik sistemlerin davranışını açıklayan ve bugün hâlâ kullanılmakta olan teknikleri icat eden Henri Poincaré'ydi.

Konuya dair ilk önemli katkı olan faz uzayı fikri, on dokuzuncu yüzyılın başlarında İrlandalı matematikçi William Hamilton'un (1806-1865) yürüttüğü çalışmalar sonucunda sağlandı.[1] Hamilton, Newton'un fizik yasalarının parçacıkların iki özelliği –konumları ve momentumları (bir parçacığın kütlesiyle hızının çarpımı)– bağlamında tekrar formüle edilmesi adına bir yol buldu ve etkileşimleri kuvvet yerine momentumdaki değişimler bağlamında tanımladı. Momentum ve kuvvet fiziksel olarak tamamen eşdeğerdir;[2] ama bu yaklaşım, etkileşim halindeki parçacıklardan oluşan bir sistemin bütününün belirli kurallara göre yönetilen bir diferansiyel denklemler kümesi (Hamilton denklemi) bağlamında tanımlanması için bir yol sağladı. Bu tanımlamada konum ve momentum temel değişkenlerdir. Matematiksel olarak eş temeller üzerinde gözükseler de söz konusu miktarın zaman içinde nasıl değiştiğiyle ilgili bilgi içeren farklı denklem kümeleriyle tanımlanırlar. Tek bir parçacığın zaman içinde herhangi bir andaki hali, onun konumu ve momentumuyla ifade edilir.

Faz uzayı hikâyeye burada dahil olur. İki boyutlu bir grafik üzerinde herhangi bir noktanın konumu $x$ ve $y$ koordinatlarını temsil eden iki sayı vasıtasıyla tanımlanabilir. Bu $x$ ve $y$ koordinatları bize noktanın grafik üzerinde soldan sağa ve yukarıdan aşağıya hangi uzaklıkta olduklarını söyler. Benzer şekilde, bir parçacığın alelade üç boyutlu uzaydaki konumu, başka deyişle seçilmiş bir "sıfır" noktasından uzaklığını gösteren koordinatlar (üç adet sayı) aracılığıyla temsil edilir. Bu fikri bir parçacığın sahip olabileceği tüm olası momentumları temsil eden hayali bir uzaya taşımak hayal gücümüzü çok da zorlamaz. Momentum hız ile orantılı olduğundan ve hız da üç boyutlu bir özellik olduğundan (hız sadece sürati değil yönü de barındırır) bu hayali hız uzayındaki tek bir nokta, bir parçacığın hızının bileşenlerini üç yönde de temsil eder. Bu üç yön birbirleriyle dik açı oluşturacak şekilde seçilebilir. Sayılar $x$, $y$

---

1 "Faz" terimi tarihsel nedenlerle kullanılır ve bir ad olmasının dışında bugün bir önemi yoktur.

2 Matematiğe yatkın olanlar için; kuvvet, momentumun değişim oranı veya momentumun birinci türevidir.

ve *z* eksenlerinde okunabilir ve bu üç bileşen parçacığın toplam momentumunu gösterecek şekilde bir araya getirilebilir. İşte şimdi sadece bir matematikçinin atmayı akıl edebileceği adıma geldik. Neden bu iki bilgi kümesi –uzayı temsil eden üç boyut ile hareketi tanımlayan üç boyut– kombine edilmesin? Sonuç, bir parçacığın belirli bir andaki *hem* konumunun *hem de* momentumunun tek bir noktayla tanımlandığı hayali bir altı boyutlu uzaydır. İşte bu, tek bir parçacığın faz uzayıdır.

Neyse ki böyle bir faz uzayını gözünüzün önüne getirebiliyor olmak zorunda değilsiniz. Ne olup bittiğini tanımlayan bu denklemler görece dolambaçsız biçimde iki, üç ve çok daha fazla boyuta genişletilebilir. Denklemleri idare edebildiğiniz sürece ne olup bittiğini kafanızda canlandırmak zorunda değilsiniz. Bu duruma tek istisna, –işinize yarayacaksa– altı boyutlu faz uzayı içerisinden bir tür kesiti, onun üç boyutlu eş değeri bağlamında gözünüzün önüne getirmek olabilir. Şimdi daha da ayrıntıya gireceğimiz için bu özellikle önemlidir. Tek bir parçacığın halini tanımlamak için altı boyuta ihtiyacımız vardır. Boş bir kutuya yerleştirilen iki parçacığın birbirleriyle etkileşim halinde olduğu bir sistemi bahsettiğimiz şekilde tanımlamak için on iki boyutlu bir faz uzayına ihtiyacınız olacaktır. Oda sıcaklığındaki ve basınç altındaki bir kutu gazın hali de bir faz uzayındaki tek bir noktayla temsil edilebilir; ama şimdiki faz uzayı kutudaki parçacık sayısının altı katı kadar ve zaten epeyce yüksek olan bir önceki boyut sayısından çok daha fazla boyut içerecektir. Matematik bize prensip olarak çözülebileceğini söylese dahi böyle bir sistemin tanımında kullanılacak diferansiyel denklem sayısının büyüklüğü tabii ki bunun çözülmesini pratikte imkânsız kılar. Yine de klâsik istatistiksel mekanikte kullanılan istatistik, bir kutu gaz gibi bir sistemi bu bağlamda tanımlayan faz uzayında bulunan noktaların dağılımlarıyla ilgili olasılıkların analizini barındırır. Örneğin parçacıkların kutu içinde eş dağılımlı olduğu duruma karşılık gelen faz uzayında, tüm parçacıkların o kutunun bir ucunda olduğu hali temsil eden faz uzayındaki noktalardan çok daha fazla (ölçülebilir) nokta vardır. Ayrıca parçacıklar arasındaki momentumun eş dağılımlı olduğu hale karşılık gelen noktaların sayısı da, parçacıkların yarısının çok hızlı, diğer yarısının da çok yavaş hareket ettiği bir momentum dağılımını temsil eden noktaların sayısından çok daha fazladır. Bu da ilk durumdaki tüm söz konusu noktaları barındıran faz uzayının çok daha büyük bir hacme ve ikinci durumda temsil edilen noktaları içeren faz uzayınınsa çok daha küçük bir hacme sahip olduğuna işaret eder.

Faz uzayını tepeler, dağlar, derin çukurlar ve yuvarlaklar çizen vadilerden oluşan bir manzara şeklinde gözünüzün önüne getirebilirsiniz. Genel bir ifadeyle Hamilton denklemi matematikçilerin çok sayıda diferansiyel denklemi çözme zahmetine katlanmadan bütün sistemin zaman içinde nasıl değiştiğini analiz etmesine olanak sağlar. Örneğin faz uzayı manzaramızın üzerine su döktüğümüzü düşündüğümüzde vadiler boyunca akacak suyun küçük girintiler içinde akmasının, büyük vadiler boyunca akmasına oranla daha az zaman alacağını görürüz. Su derin çukurlarda birikecek ve dağların tepelerinden aşağı doğru akacaktır. Hamilton denklemi bize gerçek sistemlerin faz uzayı “içerisinde” nasıl hareket ettiğini söyler ve çekimsenecekleri bölgeleri –derin vadileri ve çukurları– gösterir. Bu benzetmeyi, yağış ve buharlaşmanın faz uzayındaki karşılıklarını ele alarak genişletebiliriz. Diğer bir ifadeyle bu, parçacıkları “nehirler”den ayırarak kaçınılmaz olarak tekrar aşağı düşecekleri “dağların zirveleri”ne taşımaya karşılık gelecektir. *Tek* bir parçacığın faz uzayı içerisindeki güzergâhı zaman içinde bütün sistemin nasıl değiştiğini temsil eder ve parçacığın faz uzayının her bir kısmında harcadığı zaman miktarı faz uzayının o bölgesinin hacmiyle orantılıdır. Tıpkı kabarık bir nehrin içindeki tek bir su molekülünün kesin güzergâhını tahmin edemeyeceğimiz gibi, bu tek bir parçacığın hangi yöne gideceğini de kesin olarak söyleyemeyiz. Yine de tıpkı su molekülümüzün nehrin sınırları dahilinde kalmak haricinde fazla seçeneği olmaması gibi, bahsettiğimiz tek bir parçacığın da faz uzayı içerisinde izleyeceği belirli bir güzergâha sahip olması da kuvvetle muhtemeldir. Diğer bir deyişle parçacığın dağın zirvesine çıkıp geri dönmesi (az sayıda parçacığın izlediği ve ender rastlanan güzergâhları izlemesi) çok daha az olasıdır.

Çok basit bir örneğe geri dönelim. Salınım yapan kusursuz ve sürtünmesiz bir sarkaç için sadece bir tane ilgili gerçek uzay boyutu ve bir tane de hız uzayı vardır. Diğer bir deyişle faz uzayı iki boyutludur ve düz bir kâğıt parçası üzerine çizilebilir. Şimdi sayfa üzerinde konumu enlemesine ve hızı yukarıdan aşağıya göstermeye (yukarı yön sağa doğru, aşağı yönse sola doğru hareketi temsil edecek şekilde) çalışalım. Sarkacın ucundaki topuz sağa sola hareket ettikçe salınımın bir ucundaki hız sıfırken salınımın ortasında bu hız bir yönde maksimuma ulaşır; diğer uçtaysa tekrar sıfıra düşer ve bu süreç ters yönde işleyecek şekilde tekrarlanır. Bunu gerçek uzayda değişen konumla bir araya getirmek faz uzayında bir çember oluşturmaya karşılık gelir. Sürtünmeyi hesaba kattığımızdaysa salınım yapan sarkaç adım adım yavaşlayarak –diğer bir deyişle faz uzayında bir spiral izleyerek– duracaktır. Spiralin merkezindeki nokta da bu özel sistemin bir çekicisi olacaktır.

Faz uzayını dağlar, vadiler vs bağlamında düşünme fikri Poincaré'nin öncülük ettiği bir konu olan topolojinin çok basit bir versiyonudur. Poincaré topolojiyi faz uzayı bağlamında Güneş Sisteminin kararlı olduğunun ispatında kullandı ve esas itibariyle mekanik ve dinamikle ilişkili bir problemi, geometriyle ilişkili bir probleme dönüştürdü. Faz uzayındaki tek bir noktanın bir sistemin bütün haline tekabül ettiğini hatırlayalım. Kutudaki gaz örneğinde bu nokta (ya da bu noktaya karşılık gelen Hamilton denklemi) kutudaki her bir gaz parçacığının momentumunu ve konumunu benzersiz biçimde temsil eder. Faz uzayının içinden geçen bir güzergâhsa zaman ilerledikçe halin nasıl değiştiğini tanımlar. Oysa bu güzergâh daha önce üzerinden geçtiği bir noktaya tekrar uğrayacak olursa bu, sistemin tam olarak daha önceki bir haline döndüğü anlamına gelir. Öyleyse güzergâh Newton mekaniğinin yasalarına göre faz uzayı içinden geçen yolu tekrar izlemeli, diğer bir deyişle bir önceki güzergâhın aynısını takip etmelidir. Gaz dolu kutular için Poincaré'nin çevrimler ve yineleme fikrinin temelinde bu gereklilik yatar. Yörüngeler içinse şu söylenebilir: Faz uzayı içerisinden geçen ve örneğin üç cismin olası hallerini temsil eden bir güzergâh faz uzayında daha önce üzerinden geçtiği bir noktaya geri döndüğünde yörüngeler –ne kadar karışık gözükürse gözüksün– periyodik olarak kendilerini tekrar etmek zorundadır. Söz konusu cisimler de aniden birbirlerinden uzaklaşmayacak veya birbirleriyle çarpışmayacaktır. Faz uzayı içerisinde, güzergâh daha önce üzerinden geçtiği bir noktanın çok yakınından geçtiğinde sistemin sonraki davranışının bir önceki davranışına çok yakın olacağını tahmin edebilirsiniz. Yine de daha sonra göreceğimiz gibi hiçbir şeye kesin gözüyle bakmasanız iyi olur.

Yarışmaya giriş sürecinde, Poincaré tüm Güneş Sisteminin davranışını topolojik olarak tanımlamaya kalkışmadı. Bunun yerine –"kısıtlı" üç cisim problemi olarak bilinen çok basit bir konuyla ilgili olarak– yörüngelere dair faz uzayının geometrik temsiline odaklanmıştı. Daha önce gördüğümüz gibi, kütleçekimle hareket eden iki cisimden ibaret bir evrende bu cisimlerin yörüngelerini tanımlamak bir sorun teşkil etmez. Newton'un da işaret ettiği ve Poincaré ile haleflerinin faz uzayındaki kapalı bir çevrim bağlamında tanımlayabilecekleri biçimde bu yörüngeler tamamen periyodik ve düzenli bir şekilde birbirleri etrafında hareket eder. Yine daha önce gördüğümüz gibi bir cisim daha eklendiğindeyse hareket analitik olarak hesaplanamayacak kadar karmaşık hale gelir. Kısıtlı üç cisim problemi, iki cismi birbirleriyle aşağı yukarı aynı boyutta, üçüncü bir cismiyse diğer ikisinden çok daha küçük bir boyutta olduğunu varsayarak bu sorunun üstesinden gelmeye çalışır. Sistem içindeki hesaplamaları kolaylaştırmak adına, büyük cisimlerin –bazen "toz parçacığı" olarak da adlandırılan– küçük cisim üzerinde güçlü kütleçekimsel etkisi olsa dahi bu üçüncü küçük cismin diğer büyük cisimlerin üzerindeki etkisi ihmal edilir. Bu problem hâlâ analitik olarak çözülebilir durumda değildir; ama şimdi tek yapılmaya çalışılan, diğer iki cismin değişen konumları çerçevesinde uygun serileri toplayarak toz parçacığının yörüngesini hesaplamaktır. Toz parçacığının diğer cisimler üzerinde her zaman az ya da çok kütleçekimsel etkisi olacağından bu imkânsız bir durum olsa da Poincaré gibi matematikçilerin ümidi şuydu: Bu yolla diyelim ki güneş, Jüpiter ve dünya; veya güneş, dünya ve ay arasındaki etkileşimler ele alındığında Güneş Sisteminde ne olup bittiği hakkında mantıklı bir kestirime ulaşmak mümkün olabilirdi.[3]

Poincaré'nin bu önemli basitleştirici varsayımlarından biri, uygun faz uzayının sadece küçük bir kısmını ele almaktı. Aslına bakılırsa artık bir "Poincaré kesiti" olarak tanınan bu küçük kısım, incelenen güzergâhın içerisinden geçmek zorunda olduğu bir yüzeyi temsil eden, faz uzayı içerisindeki bir kesitti. Faz uzayı içerisindeki bir güzergâh bir Poincaré kesiti üzerindeki bir noktadan başlar ve o noktaya geri dönerse –Poincaré kesitindeki bu iki kesişim noktası arasında sistemin davranışının ne kadar karmaşık olabileceğine bakmaksızın– o güzergâhın kesinlikle periyodik olduğunu anlarız. Jüriyi bu yeni fikirlerine usulca alıştırmak adına Poincaré probleme geleneksel açıdan yaklaşarak başlamayı düşünmüştür. Bu geleneksel yaklaşım Güneş Sistemindeki yörüngelerin (ya da en azından, kısıtlı üç cisim problemindeki toz parçacığının yörüngelerinin) periyodik olduğunun ispatını sağlamaya çalışmak adına Poicare'nin yine diferansiyel denklemler çözmek zorunda olduğu anlamına geliyordu. Aynı zamanda, denklemlerin analitik olarak çözülememesi de serilerin toplanmak zorunda olması demekti. Poincaré sonuç olarak işi nihayetine erdiremedi. Uygun denklemleri buldu ve uygun sonsuz serileri elde etti; ancak aslında serilerin yakınsamak *zorunda olduğunu* değil de, yalnızca "*yakınsayabilecek* uygun çözümlerin var olduğunu" ispatladı. Faz uzayındaki uygun güzergâhlar Poincaré kesiti üzerinde başladıkları noktanın aynısına gerçekten de geri döndüklerinden, bunların doğru çözümler olduğunu düşündü ve ardından da bu çözümleri göstermek için yeni topolojik yaklaşımını kullanmaya devam etti.

Poincaré 200'den fazla sayfa harcayarak tüm bunları kâğıda döktü. Kâğıda dökülenlerin çoğuna jüri aşina değildi. Yine de içerdiği zekâ aşikârdı ve jürinin aradığı cevabı da veriyordu. Değerlendirme sürecininse Kral'ın doğum günü olan

---

3 Aslında bu yaklaşım ayın yörüngesini hesaplamak için Amerikalı astronom George Hill tarafından on dokuzuncu yüzyılın sonlarında kullanılmış ve kısmen başarılı olmuştur.

21 Ocak 1889'a kadar tamamlanması gerekiyordu. Poincaré ödülü kazandı; ancak makalenin yayınlanmasından sonra diğer matematikçilerin bu çalışmayı uzun uzadıya incelemek için vakitleri vardı ve sonucunda Poincaré'nin bir hata yapmış olduğunu fark ettiler. "İspat" başarılı olamamıştı. Meslektaşlarının eleştirilerine cevaben yaptığı yoğun çalışmanın akabinde Poincaré, yaptığı mantık hatalarını düzelterek şimdi matematikte tüm zamanların klâsikleri arasında sayılan makalesini yeni haliyle 1890'da yayınladı. İlginçtir ki, hatalarını düzelttiğinde Poincaré, eski dille açıklamak gerekirse kısıtlı üç cisim problemindeki parçacığının yörüngesi için dahi uygun serilerin *genellikle* uzaksadığını (diğer bir deyişle kararsızlığın normal olduğunu ve devamlı kararlı yörüngelerin istisna olduğunu) ispat etmişti. Yeni geometrik yaklaşımı açısından, faz uzayındaki güzergâhın Poincaré kesiti üzerindeki belirli bir nokta üzerinden tekrarlı bir şekilde geçmesi periyodik yörüngelerin varlığını ortaya koyuyor olsa da güzergâhın, Poincaré kesitini o noktanın çok küçük bir mesafe de olsa yakınından kesmesi, sistemin bu kez tamamıyla farklı bir davranış örüntüsü izleyebileceği anlamına geliyordu. Çünkü şimdi güzergâhlar faz uzayı içerisinde çok farklı rotaları takip edecek ve aynı noktaya iki kez temas etmeden Poincaré kesitinden geçecekti. Poincaré kesiti üzerinde sonsuz sayıda geçiş noktası bulunması, faz uzayı içerisinde ilerleyen güzergâhın, başlangıç noktasına asla dönmeden sonsuz çeşitlilik ve karmaşıklık içeren yönlerde gezme ihtimali olduğuna işaret eder.[4] Kısıtlı üç cisim problemi ve daha genel olarak Güneş Sistemi ele alındığında yörüngeler prensipte aslında kusursuz periyodik değillerdi. İyi haberse şuydu: Zahmetli kestirim teknikleri ve yeterli sayıda terim içeren uygun seri-

4 Aslında durum bundan bile daha karışıktır. Hatırlayınız ki faz uzayı alışkın olduğumuzdan daha fazla sayıda boyut içerir. Bu yüzden Poincaré kesiti (genellikle) basit bir çift-boyutlu yüzey değil, çok-boyutlu bir yüzeydir. Bu da, –homoklinik de denilen– çok daha karışık bir sonsuz ihtimaller dallanmasına sebep olur; ama buradaki amaçlarımız çerçevesinde ihtimallerin sonsuz olduğunu bilmek yeterli olacaktır.

lerin toplamının alınmasıyla yörüngeler (tam olarak periyodik olmasalar da) istenilen yakınlıkta hesaplanabilir durumdaydı. Göreceğimiz gibi bu hesaplamalar gezegenlerin, bizim zaman ölçeğimizden çok daha uzun zaman aralıkları boyunca aslında aynı yörüngeleri izleyebileceğini gösterir. Yine de bu yörüngeler daha uzun zaman ölçeklerinde (güneşin ömrü gibi) tam anlamıyla periyodik değildir. Ne var ki Poincaré'nin çalışmasında akılda kalması gereken önemli nokta şudur: Bazı koşullarda (çok sık olmasa bile nadiren de değil) başlangıç halleri birbirinin neredeyse aynısı olan sistemlerin –büyük bir süratle– tamamıyla farklı yönlerde evrilebileceğinin farkına varılmıştır.

Bunu daha iyi anlayabilmemiz için iki yol vardır: Bunlardan birincisi, üzerinden suların aktığı bir manzarayla faz uzayı arasında kurduğumuz benzetmedir. Tek bir su molekülünün faz uzayı içerisindeki güzergâhı, –ister kısıtlı üç cisim problemi kadar basit, ister tüm evren kadar karmaşık olsun– bir sistemin bütününün değişmekte olan halini temsil eder. Manzara içerisinde akıp giden geniş bir nehri gözünüzün önüne getirin. Bu nehir, sisteme karşılık gelen Hamilton denkleminin kuvvetle muhtemel bulunacağı bir bölgeyi temsil eder. Herhangi bir noktada bu nehir, tıpkı Ganj'ın ağzına benzer bir delta oluşturacak şekilde ayrışır ve karmaşık bir ağdan ibaret olan kanallara uzaksar. Nehrin akışında ilerleyen tek bir molekül sol tarafa, ona komşu olan molekül kanalların çatallanan dallarından birine yönelirken sağ tarafa, ağın başka bir dalına yönelebilir. Bundan sonra da oldukça farklı yolları izlerler. Diğer bir deyişle, sistemin birbirlerine tıpatıp benzeyen iki hali anlamına gelen, faz uzayı boyunca yan yana uzunca bir yol izleyen iki güzergâh birbirinden çok farklı hallere uzaksayabilir. Benzer bir şekilde, yüksek ve bıçak gibi keskin sıradağlar üzerine düşen bir su damlası düşünün. Su damlası sıradağların sırtının bir yanına düştüğü takdirde sistem için güçlü bir çekiciyi temsil eden derin bir okyanusa doğru akacaktır. Sırtın diğer yanına düştüğündeyse bu sefer ters yönde, sistem için eşit derecede güçlü bir çekiciyi temsil eden başka bir derin okyanusa doğru akacaktır.

Oysa bu kadar farklı son hallere yönelen bu iki güzergâhın başlangıç noktaları arasında son derece küçük bir yakınlık söz konusu olabilir.

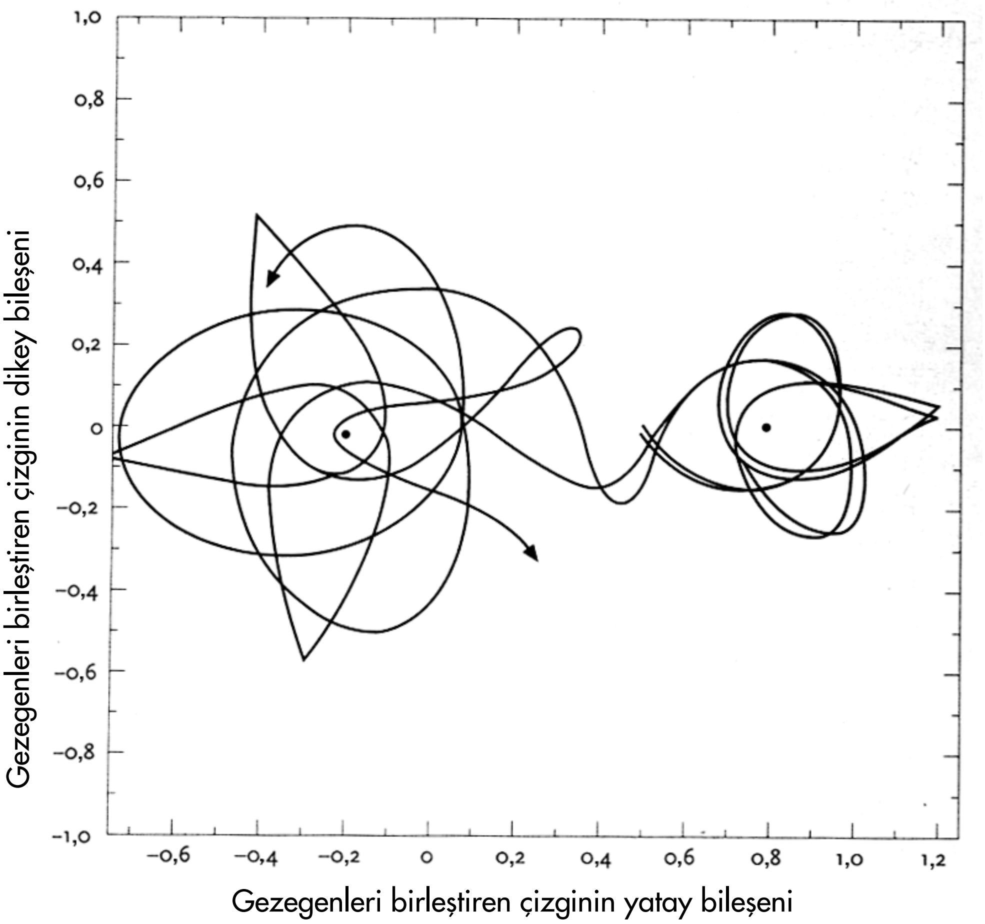
Gündelik dünyamıza ilişkin bir örnek de bize yardımcı olabilir. Gündelik hayatımızda çoğu değişim doğrusal bir biçimde gerçekleşir. 2 kiloluk bir şeker torbasını kaldırmak için kullanmanız gereken kuvvetin, 1 kiloluk bir şeker torbasını kaldırmanız için gereken kuvvetin iki katı olması ya da bulunduğunuz yerden iki adım attığınızda kat ettiğiniz yolun, ilk bulunduğunuz yerden bir adım attığınızda kat edeceğiniz yolun iki katı olması gerektiği gibi. Şimdi, yürümenin doğrusal olmayan bir süreç olduğunu ve attığınız bu çok önemli ilk adımın ardından atacağınız her adımın sizi bir önceki adımın taşıdığı mesafenin iki katı bir mesafeye taşıdığını varsayalım. Diyelim ki ilk adım sizi 1 metre ileriye götürdü. Ardından ikinci adım 2 metre daha, üçüncü adım ise 4 metre daha vs. Doğrusal yürümeyle 11 adım sizi 11 metre ileriye götürecekken, şimdi bu doğrusal olmayan yürümeyle yalnızca 11'inci adım tek başına sizi 1.024 metre ilerletmeye yetecektir ki bu uzaklık bundan önce atılmış olan 10 adımın size sağladığı toplam mesafenin (1.023 metrenin) bir metre fazlasına karşılık gelir. Bu yürümeyle 11 adım sizi 11 metre değil yaklaşık 2 kilometre (2.027 metre) ilerletir. Doğrusal olmayan şeyler başlangıç noktalarından süratle uzaklaşırlar ve iki güzergâh da faz uzayı içerisinde çok küçük farklılık gösteren yönlerde doğrusal olmayan bir biçimde ilerlemeye başladıklarında aynı süratle birbirlerinden uzaksarlar. Poincaré, gerçek dünyadaki sistemlerin başlangıç koşullarına (dağın sırtına düşen yağmur damlası gibi) çok duyarlı olduklarını ve bu başlangıç koşullarından doğrusal olmayan şekilde uzaklaştıklarını keşfetti.

Önemli olan nokta bu durumun, benzer sistemlerin davranışını tahmin etme kabiliyetimizi sınırlandırmasıdır. Doğrusal bir sistemde, herhangi bir başlangıç özelliğini hesaplamakta ya da öngörmekte ufak bir hata yapmamız, –hesaplamalar boyunca ilerleyerek– sonuçta küçük bir hataya sebep olur. Diğer yandan doğrusal olmayan bir sistemdeyse, başlangıçtaki küçük bir hata hesaplamaların sonunda ortaya çıkacak muazzam bir hataya yol açabilir. Doğrusal bir sistem kendisini oluşturan parçaların aşağı yukarı toplamına eşitken, doğrusal olmayan bir sistem kendisini oluşturan parçaların toplamından çok daha fazlasına ya da çok azına karşılık gelebilir. Buradan yola çıkarak Poincaré, bazı koşullar altında, başlangıç şartları hakkında sahip olduğumuz bilginin yeterli oranda doğruluk içermemesinden dolayı bir sistemin zaman içerisinde nasıl değişeceğini hesaplayamayacağımızın farkına vardı. 1908'de Poincaré, *Science et Méthode* [*Bilim ve Metod*] adlı kitabında şöyle yazdı:

> Dikkatimizden kaçan çok ufak bir sebep, kayda değer bir etkiye yol açar ve sonrasında bu etkinin şans eseri olduğunu söyleriz. Başlangıç anında doğanın yasalarını ve evrenin durumunu kesin olarak biliyor olsaydık, sonraki herhangi bir anda evrenin durumu hakkında kesin olarak bir tahminde bulunabilirdik. Yine de doğa yasaları bizim için artık sır olmasaydı bile, başlangıç durumu hakkındaki bilgimiz *yaklaşık* olurdu. Bu, takip eden durumu *aynı yakınlıkla* tahmin etmemize imkân verseydi –ki bu tek ihtiyacımız olan şeydir– o zaman olgunun tahmin edilmiş olduğunu ve yasalar tarafından yönetildiğini söylememiz gerekirdi. Ne var ki bu her zaman böyle değildir; başlangıç şartlarındaki küçük farklılıklar son olguda muazzam farklılıklara yol açabilir. Öncekindeki küçük bir hata, sonrakindekinde çok büyük bir hataya yol açacaktır. Tahmin imkânsız hale gelir ve o şans eseri olguyla karşı karşıya geliriz.

Diğer bir deyişle Laplace prensipte haklı olmasına rağmen onun belirlenimci evreni pratikte ileri yönde de geri yönde de hiçbir zaman tahmin edilemeyecekti.

Kitabın aynı cildinde Poincaré kendine özgü hava tahmini örneğini kullanarak konunun ayrıntısına indi:




Şekil 2.1 *Üç cisim problemi. Küçük bir "uydu" kendisinden daha büyük iki "gezegen"in yörüngesinde dönüyorsa uydunun güzergâhının başlangıç koşullarındaki ufak bir değişiklik, kısa zamanda yörüngesinde büyük bir değişikliğe yol açar. Başlangıç koşullarını asla bilemeyecek olmamız da yörüngenin tahmin edilemez olduğu anlamına gelir. Bu görüntü, buna benzer iki güzergâhı dönmekte olan koordinat sistemi içinde gösterir; böylece iki gezegen hareketsiz gözükür.*

Meteorologlar neden hava durumu hakkında herhangi bir kesinlik içeren tahminde bulunurken bu denli zorluk yaşarlar? Neden yağmur ve hatta fırtınalar şans eseri gerçekleşiyor gibi görünür ve bunun sonucunda bazı insanlar bir güneş veya ay tutulması için dilenmeyi saçma bulurken çoğu insan yağmur veya güzel hava için dua etmenin doğal olduğunu düşünür? Muazzam karışıklıkların genellikle atmosferin kararsız bir dengede olduğu bölgelerde ortaya çık-

> tığına şahit oluruz[5]. Meteorologlar dengenin kararsız olduğunu, bir yerlerde bir hortumun oluşacağını söyleyebilecek, ancak kesin olarak nerede oluşacağını söyleyemeyecek konumda olduklarını çok iyi görürler. Verili herhangi bir noktada, bir derecenin onda biri oranındaki bir değişiklik; hortumun tamamen başka bir yerde oluşmasına, yol açacağı yıkımın şiddetinin artmasına ve bu yıkımın etki edeceği bölgelerin değişmesine sebep olur. Derecenin bu onda birlik değerinin farkında olsalardı önceden bu değişiklikleri bilebilirlerdi; ancak gözlemler ne yeterince kapsamlı ne de yeterince kesindi. İşte bu nedenle her şey şansın müdahalesinden kaynaklanıyormuş gibi görünür.

Geriye dönüp baktığımızda bu örnek çok dâhiyane bir ileri görüşün ürünüydü. Fiziğin düzenli yasalarının, gündelik dünyadaki kaotik gözüken davranışlara nasıl yol açtığını tanımlamaya yönelik çabalarıyla Poincaré, çağının çok ilerisinde bir bilim insanıydı. Hatta Poincaré'nin bu fikirlerinin tekrar gündeme gelerek ana akım bilimin bir parçası haline gelmesi için aradan on yıllar geçmesi gerekti. Yaptıkları hava tahminlerinin neden genellikle tutmadığını anlamak için ve bu tahminleri geliştirmek üzere meteorologların sarf ettiği çabaların sonucunda bu fikirler tekrar gündeme geldi. Burada cevabı aranan kritik soru, başlangıç gözlemlerinin ne oranda kapsam ve kesinlik içermesi gerektiğiydi. Çığır açan İngiliz bilim insanı Lewis Fry Richardson'un çalışması bu probleme yaklaşmak açısından iyi bir zemin oluşturuyordu. Çağının ilerisinde olarak değerlendirilebilecek bir diğer insan olan Richardson, gerekli araçların (bilhassa yüksek hızlı elektronik bilgisayarların) dahi bulunmadığı 1910'larda bilimsel hava tahmininde başarı sağladı.

Richardson (1881-1953) geniş bir yelpazeden oluşan ilgi alanına sahip olmakla birlikte kesinlikle basmakalıp bir mete-

---

5 Kararsız bir denge, çizdiği noktanın üzerinde dengede duran bir kalem gibidir. Poincaré'ye göre, böyle bir durumda kalemin düşeceğini biliriz; ama hangi tarafa düşeceğini tahmin edemeyiz.

orolog da değildi.[6] Bir çiftçinin oğlu ve Quaker[7] olan Richardson, I. Dünya Savaşının patlak verdiği dönemde İskoçya'daki Eskdalemuir Meteoroloji Gözlemevinde yönetici konumundaydı. Dini inançlarından ötürü savaşta yer almasa da gönüllü olarak cephe hattı yakınlarında ambulans şoförlüğü yaptı. Bu dönemde Richardson boş zamanlarını ilk sayısal hava "tahmini"ni üretmek adına zahmetli aritmetik hesaplamalarla boğuşmaya ayırmıştı. Aslında bu "tahmin" bilindik anlamdaki tahmin değildir; çünkü Richardson belirli bir günün belirli bir saati hakkında topladığı bir yığın saf hava verisini, girilen bu verilerin geçerli olduğu andan altı saat sonra Avrupa üstünde gözlemlenecek olan hava örüntülerinin ana hatlarını hesaplamak için kullanıyordu. Bu hesap işe yarasaydı bile altı saat sonrasının "tahmini"ni yapmak aylar alacaktı. Yine de 1920'li yıllarda Richardson için önem teşkil eden şey zaten, matematiksel kestirimlerin ve fizik yasalarının bu amaçla kullanılabilecek olmasının ispatlanma ihtimaliydi.

Bu projenin ilham kaynağı, Richardson'dan on dokuz yaş büyük olan ve on yıl öncesinde böyle bir tekniğin hava tahmininde kullanılmasının prensipte mümkün olabileceğini ileri sürmüş olan Vilhelm Bjerknes'in çalışmasıydı. Hesaplamaya başlamak için gerekli olan başlangıç koşulları yeterli hassasiyette bilindiği takdirde, havayı tanımlayan denklemlerin tahmin yürütmek için yeterli ölçüde biliniyor olacağını ileri süren de Bjerknes'ti. Modern hava tahminciliğinin merkezinde yer alan bu hava tahmini yaklaşımının altında yatan fikir, dünya yüzeyinin üzerinden yukarıya –havaya– doğru devam eden bir noktalar örgüsü çizerek atmosferin sıcaklık, basınç gibi özelliklerinin ölçülmesiydi. Noktaların sıklığının artması, atmosferin o anki haline ait matematiksel modelin doğruluğunun da artması anlamına geliyordu. Ardından, örgünün her noktasındaki şartların, komşularının etkisi (daha sıcak noktalardan daha soğuk noktalara ısı akışı, daha yüksek basınçlı bölgeler-

[6] Konumuzla hiç ilgisi olmasa da, aynı zamanda tiyatro ve sinema oyuncusu Ralph Richardson'un da amcasıydı.

[7] Quaker, Hristiyanlığın bir mezhebi olan Religious Society of Friends [Dostların Dinî Derneği'nin] üyelerine verilen addır –çn.

den daha alçak basınçlı bölgelere esen rüzgâr, konveksiyon [ısı taşınımı] vs) altında nasıl değiştiğini ortaya koymak için fizik yasalarını uygulamak geliyordu.[8] Bu tekniğin, gezegenlerin yörüngeleriyle ilgili yap-bozu çözmek için gerekli olan tekniklerle benzerliği apaçık ortadadır ve sağduyumuz bize noktaların daha sık olduğu daha iyi bir örgü kullanmanın başarı şansımızı artıracağını söyler. Örgüdeki noktaların arasında kalan yerlerdeki koşullar ara değerler bulma [enterpolasyon] yoluyla –söz konusu yeri çevreleyen örgü noktalarındaki koşulların uygun bir ortalaması alınarak– basitçe hesaplanır. Beklenti, örgünün sıklığını ve kullanılan nokta sayısını sürekli artırmanın, tekniğin işe yaraması halinde varılacak sonucun hassasiyetini de –prensipte– giderek artıracağı yönündeydi. Neticede Richardson'un tahmininin doğruluktan oldukça (umutsuzca) uzak olduğu ortaya çıksa da Richardson bu sonuca pek de şaşırmadı; çünkü (mevcut verilerin ve hesaplamalar için gerekli zamanın sınırlı olması nedeniyle) Avrupa'daki havayı tüm incelikleriyle temsil etmesini beklemenin gerçekçi olmayacağı kaba bir veri noktaları örgüsü kullanmak zorunda kalmıştı. Ne de olsa o an için önemli olan, hesaplamaların sonuçları gerçek dünyayla uyuşmasa bile havanın nasıl değişebileceğini hesaplamak adına o tekniği kullanmış olmasıydı.

Batı Cephesinde hizmet ettiği sırada Richardson, *Weather Prediction by Numerical Process* [*Sayısal İşlemlerle Hava Tahmini*] adlı kitabına başlayacak derecede bu teknik konusunda hevesliydi. 1917'de savaş sebebiyle meydana gelen bir hengâmede kitabın elyazması halindeki tek kopyası kayboldu; ancak birkaç ay sonra bir kömür yığınının altından çıktı. Kimse bu kopyanın oraya nasıl gittiğini anlayamadı; ama Richardson, elyazmasının bulunması sayesinde kitabını tamamlamayı başardı. 1922'de yayınlanan kitap, hava durumu tahminlerinin geleceğiyle ilgili kendi meşhur öngörüsünü

8 Hava örüntülerinin bir çizelge üzerinde incelenmesine ve ilgili fizik anlayışının basit biçimde kullanılmasına dayanan, aynı zamanda iniş ve çıkışların önümüzdeki birkaç saat içinde nasıl hareket edeceğini tahmin etmek için sezgilerle tecrübeyi harmanlayan geleneksel "sinoptik" hava tahminiyle bu yaklaşımı mukayese edebilirsiniz.

içeriyordu. Hesaplamaların aylar (en azından 7 saat) sürmesi nedeniyle Richardson –bu, matematikçiler için ne kadar tatminkâr bir buluş olsa da– altı saat sonrasına dair tahmin yürütmenin hiçbir pratik yönü bulunmadığının farkındaydı. Dolayısıyla Richardson, okurlarının, her biri mekanik bir hesap makinesiyle (elektronik cep hesap makinesinin atası olan görkemli bir toplama aletiyle) donatılmış 64.000 insan "bilgisayar"ı içeren bir "Tahmin Fabrikası"nı kafalarında canlandırmalarını istiyordu.[9] İnsanların her biri, futbol stadyumu gibi bir amfi tiyatroda problemin ayrı birer safhası üstünde çalışıyor olacak ve hepsi de operasyonların merkezinde (diğer bir deyişle sahnede) bulunan bir tür matematiksel maestro tarafından yönetiliyor olacaktı. Bu matematiksel maestro da yanıp sönen ışıklar veya pnömatik [hava basıncıyla çalışan] borular vasıtasıyla gönderilen mesajlarla iletişime geçiyor olacaktı. Bu tabii ki bilimsel bir fanteziydi; çünkü bunca insanın hareketlerini bu yöntemle irtibatlandırmak hiçbir zaman mümkün olmayacaktı. Richardson'un kendisi de şöyle yazmıştı:

> Belki de gelecekte bir gün, bu hesaplamaları havadaki gelişmelerden hızlı hale getirmenin maliyeti, bu bilginin elde edilmesiyle insanlığın sağlayacağı tasarruftan az olacak. Gelgelelim bu bir hayalden ibaret.

Ne var ki Richardson bu hayalin gerçeğe dönüştüğünü neredeyse görecekti. Otuz yıl içinde –ölmeden hemen önce– elektronik bilgisayarların icat edilmesi, tamı tamına aynı işin makineler vasıtasıyla yapılabilmesinin önünü açtı. Bu tek makine, Richardson'un hayal ettiği 64.000 insandan oluşan bilgisayarın ve hatta daha da fazlasının yerine geçecekti. İlk başarılı sayısal hava tahmininin böyle bir makine tarafından yapılabilmesi 1950 yılında mümkün oldu. Yine de makinenin tahmine ulaşabilmesi için gereken süre gerçek atmosferin evrilmesinden daha uzundu.

---

9 Muhtemelen her bir insan tek bir noktalar örgüsü verisi üzerinde çalışabilirdi.

Richardson'un kendisi de hiç şüphesiz 1920'ler için bu sayısal tahminleri olabildiğince ileri götürdüğünün farkında olarak başka şeylerle uğraşmaya koyulmuştu. 1920'den 1929'a kadar Londra'daki Westminster Öğretmen Okulunun fizik bölümünde başkanlık görevi üstlendi ve akabinde de emekli olduğu 1940'a kadar Glasgow'daki Paisley Teknik Okulunun müdürlüğünü yaptı. Bu süre zarfında psikoloji de okudu ve emekliliğinden hem önce hem de sonra psikoloji ve silahlı çatışmanın nedenleri üzerine kitaplar yazdı. Bu kitapları ve Quaker inancı göz önünde bulundurulduğunda, kendisi henüz hayattayken sayısal hava tahmininin gerçekleşmesini mümkün kılan hesaplama tekniklerindeki muazzam gelişimin kaynağının, II. Dünya Savaşı esnasında şifre çözücülerinin yaptığı çalışmalar olması ironiktir. 1950'lerin başında Richardson'un hayalleri gerçekleşiyormuş ve daha iyi tahminler için tek ihtiyaç duyulan şey olarak daha hızlı bilgisayarlar ve daha iyi örülmüş gözlem örgüleri kalmış gibi gözükse de on yıl sonra bir adam bu varsayımın ayağını kaydıran kanıta rastladı. Hatta bu adam, atmosferin halini derecenin onda biri hassasiyetinde bilirsek bir kasırganın neden *orada değil de burada* olacağını açıklayabileceğimizi düşünen Poincaré'nin bile son derece iyimser olduğunu gösterdi.

Edward Lorenz, 1959'da Massachusettes Teknoloji Enstitüsünde (MIT) çalışan 32 yaşında bir matematiksel meteorologdu. Atmosferin herhangi bir andaki halini tarif etmeye yarayan tam bir denklemler kümesini kâğıda dökemeden dahi, Lorenz prensipte böyle denklemlerin –ne kadar mantıksız ve gerçek dışı olursa olsun– atmosferin herhangi bir halini başlangıç koşulu olarak tarif edebileceği fikrine sahipti. Yine de böyle bir hale karşılık gelen bir simülasyon kurulduğunda, atmosfer modelinin görece az sayıdaki kararlı hal biçimlerinden birinin içine doğal süreçlerle sürüklenebileceğini de biliyordu. Bu haller 1950'lerde meteorologlar tarafından kullanılan terminolojide yer almasa da bizim şimdilerde çekici olarak tanımladığımız hallerdir. Matematiksel hava tahmininin öncüleri, doğrusal denklemlerle çalışmak doğrusal olmayanlarla çalışmaktan daha kolay olduğundan ve bir yerden de başlamaları gerektiğinden doğrusal teknikleri kullanmışlardı. Lorenz on iki adet doğrusal olmayan denkleme dayanan çok basitleştirilmiş bir atmosfer versiyonunun –fizikçilerin bazen "oyuncak" modeller olarak adlandırdıkları– bilgisayar modelini geliştirerek bir adım daha attı. 1959'da halihazırdaki bilgisayarlar çok basit olduğu için bu modelin de çok basit olması gerekiyordu. Lorenz büyük bir masa boyutunda ve sadece 4032-bit sözcük hafızasına sahip, bir diğer deyişle bugün kullandığımız dijital saat veya çamaşır makinesinin içindeki çipten bile daha güçsüz bir makine kullandı. Doğrusal tahmin tekniklerinin kusursuzdan çok uzak olduğunu gösteren Lorenz simülasyonların özündeki davranış biçimi üzerinde çalışmaya devam etti.[10]

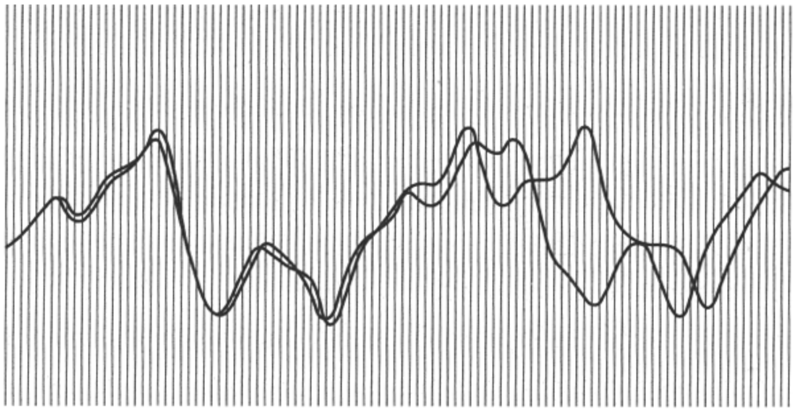
Tıpkı zamanın bilgisayarlarının gücü gibi, çıktı cihazlarınınki de kısıtlıydı. Renkli yazıcılar veya düz ekran monitörler mevcut değildi. Lorenz'in bilgisayarının çıktısı basit bir sayı listesinden oluşuyordu ve Lorenz, bu sayıları üç ondalık haneye yuvarlaması için bilgisayarını programlamıştı. Bu sayede çıktı sayfasının bir satırına on iki adetlik bir sayı kümesi sığabilecekti. Model, altı saatlik simülasyon adımları vasıtasıyla ilerliyor ve bir günün tahminini bir dakika içinde simüle ediyordu. İşi iyice detaylandıran Lorenz her satırda yalnızca bir ya da iki değişken için detayları çıkartacak şekilde makineyi programladı. Değişkenin değerini, sembol ile sayfanın tepesi arasındaki mesafe temsil edecekti. Bu sayede bu noktalar üzerinden bir çizgi çizerek değişkenin değişen değerini (örneğin rüzgârın yönünü) grafiksel biçimde göstermek mümkündü. Sevindirici tesadüfle de bu noktada karşılaşıldı.

Lorenz daha önceden yürütmüş olduğu simülasyonun bir kısmına ikinci kez göz atmak istedi. En baştan başlamak ve bilgisayarın, ilgilendiği aralığın seviyesini yakalamasını beklemek yerine Lorenz simülasyonu geleceğe doğru genişletti. Lorenz, yürüttüğü eski simülasyonun ortasından aldığı sayı kümesini kâğıttan okuyarak yeni başlangıç parametreleri olarak sisteme girdi. Ardından da kahvesini yudumlayarak makinenin çalışmasını izlemeye koyuldu. Yaklaşık bir saat sonra makine iki aylık bir oyuncak hava simüle etmişti ve bu bir sa-

10 *bkz*. Edward Lorenz, *The Essence of Chaos.*

atin sonunda da süreci kontrol etmek için makinenin başına gelen Lorenz şunu fark etti: Çıkan yeni sayılar, daha önce yürüttüğü simülasyondaki aynı "gün"lere karşılık gelen sayılarla hiçbir benzerlik göstermiyordu. İlk olarak bilgisayarın hatalı olduğunu düşündü; ama iki çıktıyı dikkatli olarak karşılaştırdığında yürüttüğü ikinci işlemin, ilk işlemin karşılık gelen kısmıyla aynı şekilde başladığını fakat ilkinin diğerinden gittikçe daha fazla saptığını fark etti. Sapmalar, simülasyonun her dört günü için hataların ikiye katlanacağı şekilde –diğer bir deyişle doğrusal olmayan şekilde– kendini gösteriyordu.

Lorenz kısa bir süre sonra ne olup bittiğinin farkına vardı. Girmiş olduğu sayılar çıktıdan aldığı ve virgülden sonra üç hanesi olan sayılardı; ancak bilgisayarın içerisinde sayılar virgülden sonra altı hane olacak şekilde hesaplanıyordu. Örneğin Lorenz'in 0,506 olarak girdiği sayı, ilk işlemde aslında 0,506127 idi. Model başlangıç koşullarına o kadar duyarlıydı ki %1'in onda birinin çeyreği kadarki bir değişiklik, iki işlemin kısa bir süre sonra birbirinden tamamen uzaksamasına sebep olmuştu. Gerçek atmosfer de başlangıç koşullarına bu kadar duyarlıysa birkaç gün sonraki havayı tahmin etmek için sayısal tahmin teknikleri kullanmanın hiçbir faydası yoktu. Lorenz, keşfini 1960'ta Tokyo'da gerçekleştirilen bir bilim toplantısında gösterişten uzak bir biçimde sundu. İzleyen yıllarda bu fikirlerini geliştirmeye yöneldi; ama çalışmasının tamamı, daha sonra değineceğimiz gibi, çok sonrasına dek gereken takdiri görmedi. Hava tahmini açısından Lorenz gerçek atmosferin başlangıç koşullarına sahiden de çok duyarlı olabileceğini göstermeyi başardı. Lorenz gerçek havanın karmaşıklığı hakkında yalnızca ipucu veren, ama "küçük değişikliklere olan duyarlılık" gibi kilit bir özelliği ortaya koyan basit bir matematiksel konveksiyon modeli kullandı. Bunu, sular içindeki bir manzaradan ibaret olan faz uzayı modelimiz bağlamında gözümüzün önüne getirebiliriz. Faz uzayı içerisinde yer alan ve eşit güçte çekicileri temsil eden iki derin havuz düşünün. Bu iki havuz, bir kum bankı tarafından ikiye ayrılmış; ancak kum bankının üzerindeki çok ince bir su tabakası tarafından aralarındaki bağlantı sağlanmış olsun. Faz uzayı içerisindeki

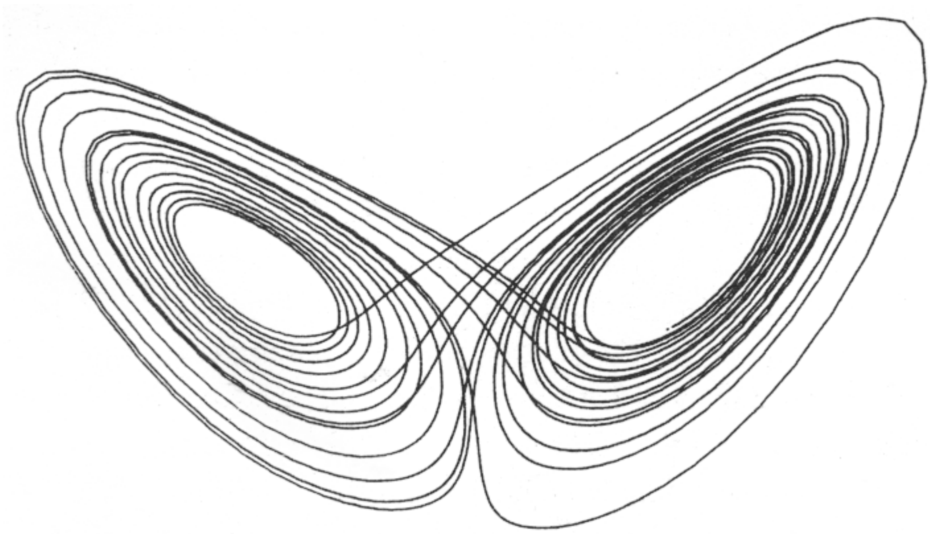


Şekil 2.2 *Edward Lorenz –tıpkı üç cisim problemindeki uydunun yörüngesinde olduğu gibi– hava özellikleri (örneğin sıcaklık) hakkındaki tahminlerin de neredeyse birbiriyle aynı koşullardan başlamalarına rağmen nasıl da uzaksadıklarını keşfetti.*

tipik güzergâhlar, havuzların birinde dairesel biçimde dönüp duracak; ancak nadir görülen bazı güzergâhlarsa kum bankının üzerinden diğer havuza geçecektir. Bu diğer havuzda da dairesel hareketler yapacak olan bu ender görülen güzergâhlar daha sonra tekrar ilk havuza geçecektir. Lorenz'in keşfinin püf noktası şudur: Bir noktanın faz uzayındaki konumunu tam olarak bilmeden, o nokta üzerinden geçen güzergâhın ne zaman bulunduğu havuzu terk edip diğerine geçeceğini tahmin etmek imkânsızdır. Bu yüzden bir halden diğerine geçiş rastlantısal biçimde gerçekleşiyor gibi gözükmektedir. Biraz farklı bir perspektiften söyleyecek olursak, kum bankının üzerinde gezinen güzergâhlar ufak sapmalara çok elverişlidir ve dışarıdan gelen ufak bir dürtü, sistemi ilk havuza yönelen bir güzergâhtan tekrar diğer havuza doğru yönelen güzergâha kaydırmaya yetecektir. Hava tahminlerinin, yalnızca sonraki on-on dört gün için isabetli olmasına (bir anlamda kısıtlanmasına) ve gerçek havanın kararlı bir halden diğer bir kararlı hale hiç beklenmedik biçimde geçmesine neden olan işte bu tip bir sürecin iş başında olmasıdır.

Lorenz'in dikkat çektiği ve kaosun modern kavranışının temelinde yatan konu başlangıç koşullarının *kesin olarak* belirlenmesi problemidir. Havanın (ve diğer karmaşık sistemlerin) başlangıç koşullarına olan bu duyarlılığı, Lorenz'in 1972'de

Washington'da bir toplantıda sunduğu makalenin başlığından sonra ("Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set off a Tornado in Texas?")[11] zaman zaman "kelebek etkisi" olarak adlandırılmaya başladı. Bu benzetme, tamamen ciddiye alınmamalıdır; çünkü gerçek dünyada bu ölçekte yer alan ve bireysel katkıları bulanıklaştıran çok sayıda süreç vardır. Dolayısıyla, Texas'taki bir hortumun nedeni olarak Brezilya'daki bir kelebeğin kanatlarını çırpışını göstermek (veya hortumun oluşmamasının nedeni olarak Çin'deki başka bir kelebeğin kanatlarını çırpışını göstermek) pek mümkün değilse de bu, "kaos" için çarpıcı bir metafor sağlar. Lorenz tarafından keşfedilen çift havuzlu çekici, bir kâğıt üzerinde (ya da bir bilgisayar ekranında) grafiğe döküldüğünde ortaya çıkan örüntü tesadüfen bir kelebeğin kanatlarına benzer. Bu çekici –Lorenz tarafından "kelebek çekicisi" olarak adlandırılsa da– Lorenz çekicisi olarak bilinir ve görüntünün aslında neyi temsil ettiğini bilmeyen insanlar için dahi kaosa dair en alışılmış ve en çarpıcı görüntüdür.



Şekil 2.3 *Lorenz (kelebek) çekicisi*

[11] "Brezilya'da Bir Kelebeğin Kanat Çırpışı Texas'ta Fırtınaya Neden Olur mu?" Bu makalenin ilk basılı hali, Lorenz'in kendi kitabı *The Essence of Chaos*'ta [*Kaosun Özü*] mevcuttur.

Öyle gözüküyor ki hava zaman zaman genelde olduğundan daha kaotiktir. Bugünlerde meteorologlar sayısal simülasyonları çalıştırdıklarında gözlem örgülerinden tek bir tahminin hammaddesi olarak veriyi birebir almakla yetinmezler. Onun yerine, gözlemlerin doğasında var olan hatalar ve belirsizliklerin önemli derecede sorun teşkil edip etmediğini anlamak için çoğu zaman başlangıç koşullarında ufak değişiklikler yaparak her tahmini defalarca yürütürler. Tüm tahminlerin aşağı yukarı aynı olduğu ortaya çıkarsa tahminlerin genel örüntüsünün güvenilir olduğuna karar verilir. Hava sisteminin, faz uzayındaki derin havuzlardan birinde dönüp durduğu şeklinde de bu durumu gözünüzün önüne getirebilirsiniz. Meteorologlar zaman zaman aynı tahminleri, başlangıç koşullarındaki küçük farklılıklarla tahminleri yürüttüklerindeyse birkaç gün sonrası için hava durumuna dair çok farklı "öngörüler" elde ederler. Bu durumda havanın –faz uzayı içerisindeki kum bankı üzerinde gezinen güzergâhlara denk biçimde, çok kaotik bir halde olduğu ve tahminlere güvenilemeyeceği sonucu çıkar. Televizyondaki tahmincilerin bazen, başka zaman olduklarından çok daha kendilerinden emin olmalarının nedeni budur. Bir tahmincinin kederli biçimde kabul ettiği gibi: "Beklenmedik bir şey yapmadığı sürece, hava durumunu kesin olarak tahmin edebiliriz."[12]

Bu tip tüm sayısal işlemlerde büyük önem taşıyan iterasyon tekniğini kullanarak kendi cep hesap makinenizle de kaosu iş başında görebilirsiniz. $2x^2$-1 gibi basit bir ifadeyi alın. *x* için 0 ile 1 arasında, birkaç ondalık haneye sahip bir değer seçin (örneğin 0,2468). Bu sayıyı *x* olarak alın ve sonucu bulun. Daha sonra, çıkan sonucu *x*'in yeni değeri olarak kullanın ve sonraki iterasyon için işlemin içine yerleştirin. Bu yolla, basit bir yasayı izleyen ve tamamen belirlenimci bir süreç tarafından üretilmiş, tesadüfî sayılar dizisine benzer bir dizi elde edersiniz. Şimdiyse sadece son ondalık hanesi ilk sayınızdan farklı bir sayıyla (örneğin 0,2469 ile) başlamayı deneyin. Hesap makinesinin tuşlarına sürekli basacak kadar sabırlıysanız

12 Ian Stewart tarafından, *Does God Play Dice*? [*Tanrı Zar Atar mı?*] adlı kitapta alıntılanmıştır.

veya işi sizin için yapacak basit bir bilgisayar programı yazabilirseniz ilk birkaç iterasyonun akabinde tamamen farklı bir tesadüfî sayılar dizisiyle karşılaşacaksınız. Buna rağmen, iki durumda da geri-bildirim süreci söz konusu olduğundan her sayı kesin olarak bir önceki sayı tarafından belirlenir; diğer bir deyişle sayıların örüntüsü tamamen belirlenimcidir. Bu yalnızca Lorenz'in gözlemlediği türde bir şeydir. Farklı hesap makineleriyle aynı şeyi deneyerek farklı "cevaplar"la karşılaşmanız sizi şaşırtmasın, çünkü hesap makinelerinin sayıları yuvarlama şekli birbirlerinden farklıdır.

Daha farklı türde bir davranışla karşılaşmanız da mümkündür. İlk ifadeye çok benzeyen $x^2$-1 ifadesini ele alalım. Başlangıç yapmak adına x için (0 ile 1 arasında) herhangi bir değer seçtiğinizde, örüntü bir süre sonra 0 ile -1 arasında gidip gelen kararlı bir hale yerleşir. Bu duruma "iki periyotlu periyodiktir" denir çünkü sistem bu örüntüye gelip yerleştiğinde –nereden başlamış olursanız olun– başladığınız yere dönmek iki adım gerektirecektir. Başladığınız yere dönmeniz için gerekli olan adım sayısının daha fazla olduğu, periyodik davranış gösteren başka sistemler de mevcuttur ve bunlar da nereden başlandığına bakmaksızın, başlanılan yere dönmek için gerekli adım sayısının hiçbir zaman değişmediği sistemlerdir. Basit bir yasa, bir çekiciye yakınsayan periyodik bir davranışı verirken, ilk yasaya çok benzer gibi gözüken diğer bir yasa, başlangıç koşullarına duyarlı olan "rastlantısal" bir davranışı verebilir. Bu tarz bir şeye ilgi duyuyorsanız daha derin bir araştırma yaparak[13] tek bir değere yakınsayan ve orada tıkanıp kalan iterasyonlara rastlayabilirsiniz. Basit birer çekici olan bu sistemler bazen "bir periyotlu" olarak tanımlanırlar; çünkü sizi başladığınız yere götürmeye sadece bir adım yeter. Kimi zaman rastlantısal gözüken, kimi zaman da tüm basitliğine rağmen çok daha anlaşılması güç ihtimaller hakkında ipucu veren iki periyotlu periyodik örüntülerle karşılaşabilirsiniz. Tüm bu davranış örüntüleri; bir musluğun su damlatışı, vahşi hayvan

[13] Franco Vivaldi'nin, Nina Hall tarafından düzenlenen *The New Scientist Guide to Chaos* adlı kitaba yaptığı katkıdan bir fikir edinebilirsiniz.

popülasyonlarının değişme biçimi ya da borsadaki iniş çıkışlar şeklinde gerçek dünyamızda da çeşitli biçimlerde tezahür eder. Aslında kaos ve karmaşanın ortaya çıkmasının altında yatan basitliği bulmuş olduk: Dünyanın çalışmasını sağlayan faktörler; basit yasalar, doğrusal olmama, başlangıç koşullarına duyarlılık ve geri-bildirimdir. Gerçekten de karmaşık olan şeylere değinmeden önce, başlangıç noktamız olan yörüngesel gezegenler hikâyemizi tamamlamak yararlı olacaktır.

Hava tahmininin de Güneş Sisteminin uzun vadeli özelliklerinin de kavranmasının kilidi, uzun sayısal entegrasyon alma işlemlerinin görece çabuk şekilde üstesinden gelebilen makul hızda elektronik bilgisayarların gelmesiyle açıldı. Güneş Sisteminin şu an kaos dediğimiz şeyin buyruğunda olduğunu Poincaré prensipte ispat etmişti. Oysaki dünya gibi gezegenlerin pratikte uzun bir süre boyunca kararlı yörüngeleri takip ettiği, şu an olduğu gibi o zaman da aşikârdı. Aksi takdirde zaten bu tip şeyler hakkında duyduğumuz merak bu noktada olmazdı. Güneş Sistemi içerisindeki kaosa el atmak için izlenmesi gereken yol, daha çok –iki büyük nesnenin kütleçekim etkisi altındaki küçük bir nesneden (ya da bir dizi küçük nesneden) oluşan– kısıtlı üç cisim problemine benzeyen sistemleri ele almaktı. Güneş Sistemindeki en büyük nesneler güneş ve Jüpiter gezegenidir ve bunların kütleçekim etkileri altında bir küçük nesneler ailesi bulunur. Bu nesneler Mars ile Jüpiter'in yörüngeleri arasında bir yerde güneşin etrafında dönen ve asteroidler olarak bilinen yüz binlerce kaya benzeri cisimdir.

Güneş Sistemindeki gezegenler bu asteroid kuşağıyla ayrılmış iki aile oluştururlar. Güneşe daha yakın olan dört adet gezegen (Merkür, Venüs, dünya ve Mars) kaya gezegenlerdir. Güneşe daha uzak olan dört büyük gezegen (Jüpiter, Satürn, Uranüs ve Neptün) ise gaz yapılı gezegenlerdir.[14] Bu ayrımın sebebi açıktır: Gezegenlerin oluşumu esnasında genç güneşin

14 Tarihsel nedenlerden ötürü, Plüton olarak bilinen cisim de hâlâ gezegen olarak adlandırılmaktadır; ama bu nesne aslında sadece Neptün'ün yörüngesinin ötesinde bulunan buzlu ve donmuş cisimler kuşağının en büyük mensubu ve Güneş Sisteminin oluşumundan kalma bir enkazdır.

ısısı, gaz halindeki maddeleri Güneş Sisteminin iç kısmından uzaklaştırmıştı. Dış bölgelerse gazın dört büyük gezegen üzerinde birikmesine yetecek kadar serindi. Asteroid kuşağının kökeni de günümüzde artık bir sır değildir. Hem genç yıldızları çevreleyen, toz disklerinden oluşan maddelerin hem de bilgisayar modellemelerinin bize işaret ettiğine göre gezegenler, toz zerreciklerinin birbirine yapışmasıyla, giderek daha büyük tanelerin ve kaya parçacıklarının oluşumu sonucunda ortaya çıkmıştı. Mars ve Jüpiter arasında kalan bölge içinse şu söylenebilir: Jüpiter'in kütleçekimsel etkisi, bu süreci –tamamlanmasına izin vermeyecek şekilde– sekteye uğratarak bütün halinde tek bir gezegenin oluşmasını engelledi. Son simülasyonların işaret ettiğine göre Jüpiter, Güneş Sisteminin bu kısmına kütleçekim açısından hükmetmeye başlayacak büyüklüğe eriştiği sırada Mars büyüklüğünde (dünyanın büyüklüğünün onda biri kadar) belki de altı veya yedi tane nesne oluşmuştu bile. Ne var ki bu nesneler birbirlerine eklenerek büyük bir gezegen oluşturmak yerine, Jüpiter'in etkisi sebebiyle birbirleriyle şiddetli bir biçimde çarpışarak parçalara ayrıldı ve bunun sonucunda da asteroid kuşağı ortaya çıktı. Mars ise bu çarpışmadan tek sağ kalandı.

Asteroidlerin oluşumuna dair bu ayrıntılı model ancak 1970'lerin sonlarında geliştirildi. Caltech'te bir doktora öğrencisi olan Jack Wisdom yeni bir sayısal teknik ve elverişli olan en iyi bilgisayarı kullanarak asteroidlerin o günkü yörüngelerini incelemeye karar verdi. Asteroidler küçük ve belirsiz olduklarından on dokuzuncu yüzyılda ancak keşfedilmişti. Gözlemlenen asteroidlerin sayıları arttıkça da, yörüngelerinin asteroid kuşağı boyunca eşit aralıklı olmadığı ve bu aralıklarda aslında boş yörüngeler anlamına gelen boşlukların da bulunduğu netlik kazandı. Astronom Daniel Kirkwood tarafından 1860'ların sonunda dikkat çekilen bu boşluklar Kirkwood boşlukları olarak adlandırıldı. Bu yörüngeleri özel kılan şeyin ne olduğu daha en başından belliydi: Bunlar Jüpiter'in yörüngesiyle belirli "rezonanslar"a denk geliyordu. Yine de Wisdom (ve bilgisayarı) ortaya çıkana dek, bu salınım yapan yörüngelerden nasıl uzak durulduğu tamamıyla açık değildi.

Hepimiz çocukluğumuzda salıncağa binerken rezonansı tecrübe etmiş ve kullanmışızdır. Rezonans, görece küçük bir çaba karşılığında büyük bir getiri elde etmenin bir yoludur ve bu çabayı en doğru anda uygulayarak ve sistemi gitmek "istediği" yöne doğru iterek yapılır. Salıncağın gittikçe daha da uzun bir yayı izlemesi için salıncağa uyguladığımız az miktardaki "itme"nin zamanlaması, tam olarak ayarlanmalıdır. Aynı şekilde, kendi yörüngesinde ilerleyen bir asteroid, –Jüpiter ile güneş arasında– Jüpiter'in yanından geçtiğinde Jüpiter de ona bir dürtme uygular. Bu dürtmeler çoğu yörünge için hemen hemen rastlantısaldır ve her yörünge için farklı zamanlarda meydana gelir. Bu, bir salıncak üzerinde ayakta dururken ileri geri küçük sallanmalar yapmanıza benzer. Dolayısıyla ortaya çıkan etki büyük olmaz. Salınım yapan yörüngelerse farklıdır. Bir asteroidin güneş etrafında izlediği yörüngesinin, Jüpiter'inkinin tam iki katı uzunluğunda olduğunu farz edersek, asteroid, Jüpiter tarafından uygulanacak dürtüye her zaman yörüngesinin aynı kısmında maruz kalacaktır. Tıpkı doğru andaki itişin salıncağı giderek daha da yükseğe çıkarması gibi, dev gezegenin etkisi de yörüngeyi bozabilir. Yörünge geleneksel anlamda kararlı olsaydı, bu durum sorun teşkil etmeyecekti ve küçük bir saptırma yörüngenin az miktarda sapmasına ve sonrasında eski şekline dönmesine (Laplace'ın incelediği Jüpiter ve Satürn'ün yörüngelerindeki uzun vadeli değişimlerdeki gibi) neden olacaktı. Oysa yörünge saptırmalara duyarlı bir yörüngeyse, rezonans, asteroidi hemen hemen dairesel olan yörüngesinden çabucak saptırarak çok daha eliptik bir yörüngeyi izlemesine yol açabilir. Bu eliptik yörünge yine de Jüpiter'le olan rezonans noktasına aynı düzenlilikte geri döner. Wisdom'un bulup 1982'de yayınladığı da buydu: Asteroid kuşağındaki –özellikle de Jüpiter'le 3:1'lik rezonansa yakın olan– yörüngelerde iş başında olan kaos.

Gelgelelim bu bile Kirkwood Boşlukları yap-bozuna tam bir çözüm değildi; çünkü asteroidleri bu boşluklardan çıkaran bir tedirgeme[15] asteroidlerin eliptik yörüngelerini eski hallerine döndürüp onları boşlukları dolduracakları şekilde değiştire-

---

15 *Perturbation* –çn.

rek tam zıt yönde de kolaylıkla işleyebilirdi. (Lorenz tarafından keşfedilmiş olana benzer çift loblu çekiciyi hatırlayınız.) Wisdom bu yap-boz parçasına getirilen çözümün, kaos sebebiyle Kirkwood Boşluklarından çıkan asteroidlerin Jüpiter'in etkisi altında –dünyanınki de dahil olmak üzere– iç gezegenlerin yörüngeleriyle kesişen başka yörüngelere doğru hareket ettiğinin farkına varılmasıyla ortaya çıktığını ileri sürdü. Güneş Sisteminin uzun geçmişi boyunca bu asteroidlerin çoğu, iç gezegenlerden biriyle çarpışmaları sonucunda ilgili denklemlerden tamamen çıkartılmışlardı. Dolayısıyla da boşlukları dolduracak başka asteroid bulunmamaktaydı. Ayın ve Güneş Sisteminin tüm iç gezegenlerinin yıpranmış yüzeylerinde bu tip darbelerin çoğunun izlerini görmek mümkündür. Dünya üzerinde gerçekleşen bu tip bir darbeyse, büyük ihtimalle yaklaşık altmış beş milyon yıl önce dinozor çağına son verip biz dahil tüm memelilerin çağını başlatmıştır. Bu da var oluşumuzu, asteroid kuşağında geçerli olan kaosun etkilerine borçlu olduğumuza ve medeniyetimizin de aynı kaosun etkileri sonucunda sona erebileceğine ürpertici biçimde işaret eder.

Ne olursa olsun dünyanın, aniden güneşe yaklaşan veya uzayın derinliklerine dalan bir yörüngeye oturmasıyla medeniyetimizin sonunun gelmeyeceğini bildiğimizden içimizi rahat tutabiliriz. 1982'den itibaren bilgisayarlar daha iyi ve daha hızlı hale geldi. Matematikçilerse daha da marifetli programlar icat ettiler ve böylelikle Güneş Sisteminin geleceğinin (veya muhtemel geleceklerinin) derinliklerine daha net bakabilir duruma geldiler. Uzay bilimlerindeki muadilleri gibi bu araştırmacıların da projeleri için çetrefilli kısaltmalar ve cinaslı isimler bulmaktan çok büyük keyif alır gibi bir halleri vardır. (LONG-STOP ve Digitary Orrery gibi.) Bu çalışmaların bazıları günümüzden yüz milyonlarca yıl ötesini konu alır. Gezegenlerin yörüngeleri teknik anlamda kaotik olsa da bu çalışmalar bize –Kirkwood Boşluklarındaki asteroidlerin durumunun aksine– gezegenlerin (dünyamız da dahil olmak üzere) esas yörüngelerinden herhangi birinin, güneşin kalan yaklaşık beş milyar yıllık ömrü boyunca sert bir değişime uğrama ihtimalinin yok denecek kadar az olduğunu ortaya koyar. Öte yandan bu hesaplamalar dünyanın ya da diğer herhangi bir gezegenin yörüngesini öngöremez ve başlangıç koşullarına oldukça kısıtlı biçimde de olsa duyarlıdır. Örneğin Paris'teki Bureau des Longitudes'de Jacques Laskar tarafından geliştirilen bir model, dünyanın en az iki yüz milyon yıl (sözü edilen sayısal entegrallemenin limiti) boyunca aslında aynı yörüngeyi izleyeceğini ortaya koydu. Yine de dünyanın konumunu belirlerken entegral alma işleminin başında yapılan on beş metrelik bir hata aynı model için iterasyonun her adımında on beş metrelik birer "hata" olarak kalmaz ve doğrusal olmama durumu sebebiyle yüz milyon yıl sonrası için o kadar büyük bir belirsizliğe ulaşır ki dünyanın kendi yörüngesinde nerede bulunacağını söylemek imkânsız duruma gelir. Hata, dünyanın yörüngesinin çevresi büyüklüğüne –diğer bir deyişle 950 milyon kilometreye– ulaşmış olur. Tıpkı Lorenz'in basit hava tahmini modelininkine benzer, her sayısal entegrallemede bulunan yuvarlama hataları (kâğıt kalem veya elektronik bilgisayar kullansanız bile seçmek zorunda olacağınız virgülden sonraki hane sayısı tercihi) hesaplamanın sonucunu etkiler.

Bunun bir sonucu da dünyanın (ya da herhangi başka bir gezegenin) önümüzdeki 100 milyon yıl boyunca izleyeceği yörüngesini hesaplamak için böyle bir model kullandıktan sonra hesaplamayı tersine çevirdiğinizde başladığınız noktaya geri gelemeyeceğinizdir. Sistem yeterince kararlıysa faz uzayında başladığınız noktaya yakın bir yere geri dönersiniz; ama tüm söyleyebileceğiniz, ilgili gezegenin –aşağı yukarı– güneş etrafındaki aynı yörüngede kalacağıdır. Newton'un yasalarına tâbi olan nesnelerin, tersinir güzergâhları takip etmesi gerektiğini düşünmemiz salık verilmişse de hesaplanan bu güzergâhlar tersinmezdir. Bu, hesaplamalar insan elinden çıktığı sürece evren hakkındaki düşünüş biçimimizi çok da değiştirmez. Dünya gibi gezegenler ele alındığında bilgisayardaki yuvarlama işlemini değiştirsek bile belirli bir sayıdaki ondalık haneden sonrası için, hesapladığımız yörünge (veya faz uzayı içindeki güzergâh) –kesin olarak değişecekse de– çok da değişmez. Bir önceki hesapladığımız yörüngeyle neredeyse tamamen aynı başka bir yörünge elde ederiz. Başlangıç koşullarında ufak değişiklikler yaparak hesaplamayı her tekrar edişimizde benzer bir yörünge elde ederiz. Tüm yörüngeler hem gerçek uzaydaki hem de faz uzayındakiyle hemen hemen aynı bölgeyi işgal eder ve böylece yörünge kaotik biçimde bir ihtimalle diğeri arasında dolansa da insanlarla ilgili zaman ölçeğindeki ihtimaller yelpazesinin dışına çıkmaz. Bu bir çeşit kısıtlı kaostur. Bu durum bazen, dönen rulet tekerleğine atılan topun mevcut bölmelerden birine yerleşene kadar geçen süreçteki davranışına benzetilir. Krupiyenin işini düzgün yaptığını varsayarsak aslında top kaotik bir biçimde sekerek dolanır; ama bu sekmeler tekerleğin çerçevesi içindeki "yörüngeler"le kısıtlıdır. Daha basit ve gündelik başka bir benzetmeyle anlatacak olursak bu durum, sabahları giyeceği çorabı seçmekte zorluk çeken birisinin bu zorluğun üstesinden gelmek için dolabında sadece yeşil renkli çorap bulundurması gibidir. Aynı kişi her gün çekmeceden rastgele iki çorap seçebileceğini bilir ve bu iki çorap da –farklı ayrıntılara sahip olsa bile– yeşil olacaktır. Gözlerini kapatsa dahi çekmeceden kırmızı bir çorap seçemez.

Hikâyemizin genel akışından biraz sapacak olsak da temas etmemiz gereken bir nokta var. Güneş Sisteminin iç gezegenlerinin, bilhassa da Venüs'ün geçtiğimiz birkaç bin yıl içinde yörüngelerini çarpıcı biçimde değiştirdiğine ve bu değişikliklerin bir dolu antik mit ve efsanelerde anlatıldığına inanan insanlar mevcuttur. Bu inanç, söz konusu antik mitlerin hayali biçimde yorumlanışının yanı sıra yörüngesel dinamiklerle momentum korunumu yasası gibi temellerin kavranamamış olmasından kaynaklanır. Maalesef kimi saygıdeğer astronomların, Güneş Sistemindeki kaos hakkında bu tip fantezileri besleyecek yöndeki demeçleri dolayısıyla Venüs'ün şu anki yörüngesine henüz yerleşmiş olduğunun kaos teorisiyle "açıklandığının" veya "ispatlandığının" ileri sürülüşüyle karşılaşabilirsiniz. Oysa böyle bir şey söz konusu değildir. Bu hesaplamalar ileriye olduğu gibi geriye dönük de yapılabilir ve tıpkı Venüs'ün halihazırdaki yörüngesiyle (çorap örneği bağlamında kırmızı değil yeşil çorapla) aynı tür örüntüyü ortaya koyar. Venüs'ün, örneğin MÖ 5.000.000 yılı 4 Temmuz günü yörüngesinde tam olarak nerede olduğunu söyleyemesek de o zamanlar ne tür bir yörünge içinde olduğunu gayet emin bir biçimde söyleyebiliriz. Venüs'ün-kinin ya da herhangi başka bir yörüngenin –atalarımızın diğer Afrikalı maymunlardan kopuşu ile günümüz arasındakinden bile fazla zamanı kapsayan– geçtiğimiz beş milyon yıl içerisinde çarpıcı bir yörünge değişikliği yaşamış olma ihtimali yoktur. Hiç kuşku yok ki kimse Venüs'ü, yörüngesini değiştirip gökyüzünde başıboş biçimde gezinirken görmemiştir.

Gezegenleri bir kenara bırakmadan önce, kaosun yalnızca yörüngeleri etkilemediğini söylemek gerekir. Gezegenler eksenleri etrafında döner (dünyanın kendi ekseni etrafında bir tur atması yirmi dört saat alır) ve güneşin kütleçekimi sebebiyle bu hareketi yalpalayarak yapar. (Tıpkı bir topacın dönerken, dünyanın kütleçekimi sebebiyle yalpalaması gibi.) Dönme periyodu ve yalpalama periyodu arasında rezonanslar oluşması mümkündür ve bunlar faz uzayının sağ kısmında, gezegenin yan yatma açısında ani ve kaotik bir değişime yol açabilir. Örneğin gezegenin yaptığı dönme hareketi adım adım yavaşlar ve sonuç olarak sistem faz uzayının hassas bir bölgesine girerse bu değişim gerçekleşebilir. Günümüzde, dünyanın ekseninin dikeyle (güneş ve dünyayı birleştiren bir çizgiye göre) olan açısı 23 derecedir ve havanın mevsimsel döngüsünün nedeni budur. Öte yandan büyük ayımız ise dünyanın yana yatıklığında gerçekleşebilecek şiddetli değişimlerin önüne geçen bir dengeleyici olarak karşımıza çıkar. Dengeleyici rolü oynayan büyük bir uyduya sahip olmadıklarından Mars ve diğer iç gezegenler için durum farklıdır. (Mars'ın –ele geçirilmiş asteroidler olarak düşünülen– iki ufak uydusu bu rol için tamamen yetersizdir.) Mars'ın ortalama yatıklığı 24 derece olarak göze çarpsa da bilgisayar simülasyonları bu ortalamanın en az ±20 derecelik büyük bir değer aralığında şiddetli değişiklikler yapabildiğini ortaya koymaktadır. Bununla birlikte Mars'ın şimdiki kurak yüzeyinde kurumuş nehir yatakları gibi gözüken şekiller bize bu gezegenin geçmişte şiddetli iklim değişiklikleri geçirdiğine dair doğrudan kanıt sağlar. Bu sert iklimsel olaylar, Mars'ın donmuş kutup bölgesinin güneşe doğru eğildiği ve bu eğilme sonucunda ortaya çıkan olağanüstü yaz ısısının, donmuş karbondioksit veya sudan oluşan kutup bölgesinin yeterince ısınarak buharlaşmasına veya erimesine neden olduğu geçmiş dönemlerle pekâlâ ilintili olabilir. Venüs ve Merkür'de de muhtemelen bu tip bir yalpalanma meydana gelmiştir. Ne var ki bu gezegenlerde gözle görülür benzer izler bulunmamaktadır; çünkü Merkür'de atmosfer yoktur ve Venüs'ün yüzünün altüst olmuş olmasının yoğun volkanik faaliyetlerden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Dünyanın kararlılığı tüm bu anlattıklarımız sayesinde korunmaktadır. Çok uzun vadedeyse gel-git kuvvetleri nedeniyle dünyadan uzaklaştıkça ayın etkisi de azalacak, uzak gelecekte gezegenimizin eğikliği de kaotik –hatta belki de aniden 90 dereceye kadar erişecek şekilde– değişikliğe uğrayacaktır. Bunun sonucunda da –her altı ayda bir durum tersine dönmek üzere– yazın bir kutup bölgesinde şimdiki ekvator sıcakları yaşanırken diğer kutupta sert ve kara bir kış hüküm sürecektir. Çizilen bu tablonun bildiğimiz yaşam için pek de ideal olduğu söylenemez. Dolayısıyla var oluşumuzu Güneş Sistemindeki kaosa borçlu olma ihtimalimize rağmen (dinozorların sonunu getiren asteroid çarpmasını hatırlayınız) dünyanın eğikliğinde ayın varlığı sayesinde görülen değişim kaosun *yokluğundan* kaynaklanır ve bu da dünyada kararlı denebilecek iklimsel koşullar altında milyarlarca yıl boyunca yaşamın evrilmesine imkân kılmıştır. Yine de hikâyede heyecan verici bir nokta daha vardır. Dünyayla bağlantılı büyük bir uydu olan ayın bu heybetiyle nasıl var olduğuna yönelik elimizdeki en iyi önerme şudur: Güneş Sistemi tarihinin ilk evrelerinde, kaosun işleyişiyle yörüngesinden sapan ve asteroid kuşağına ait, Mars boyutunda bir nesne dünyayla çarpışarak eriyik maddeler saçılmasına neden olmuş ve bu maddeler daha sonra uzayda ayı meydana getirmişti.[16]

Güneş Sistemini incelemeyi sonlandırmadan önce dikkatinizi çekmek istediğimiz son bir noktanın (ki belki de en önemlisinin) da üstünde durmakta fayda var. Bir gezegenin yörüngesini hesaplamak adına bir sayısal entegralleme kullanmanız ve bu hesaplamayı tersine çevirmeniz halinde başladığınız noktaya geri dönmeyeceğinize az önce değinmiştik. Hesap-

---

16 *bkz.* John ve Mary Gribbin, *Fire on Earth.*

lanan güzergâhlar tersinmezdir. Ayrıca, hesaplamaları insan eliyle yaptığımız sürece, Newton'un yasaları prensipte hâlâ tersinir olduğundan evreni ele alma şeklimizin bununla çok da değişmeyeceğini de söylemiştik. O halde evren nasıl bu "hesaplamaları yapmaktadır?" İlgili tüm (her parçacığın konumu ve momentumu gibi) özellikler hakkında kesin bilgileri saklayabilecek kusursuz bir (canlı veya elektronik) zekâyı tıpkı Laplace gibi hayal edebilir ve akabinde ilgili hesaplamaları kusursuz biçimde gerçekleştirebilirsiniz. O zaman bu hesaplamalar elbette tersinmez olur. Peki kusursuzluğu sağlayabilmek için kaç adet ondalık hane kullanmamız gereklidir? Kusursuz bilgisayarımızın hafızası ne büyüklükte olmalıdır?

Bu ilk bakışta cevaplanması imkânsız bir soru gibi gözükür; ancak sayıların doğasına ilişkin çok basit bir cevap bulunduğunu görürüz. Çoğumuz sayılardan bahsederken 1, 2, 27, 44, 196 gibi tam sayıları düşünürüz. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ gibi basit kesirlere de alışkınızdır. Günlük yaşantımızda bunların ötesine gidilmez. Ondalık hanelerle bile, yalnızca para söz konusu olduğunda haşır neşir oluruz ve bu da yalnızca iki ondalık haneyle sınırlıdır. 17,46 £'un "on yedi sterlin kırk altı peni"ye tekabül ettiği fikrine hepimiz aşinayızdır. Oysa diğer sayıların gerçek anlamda bir sonsuzluğu mevcuttur; ama günlük yaşantıda bunu hiç göz önünde bulundurmayız. Daha kötüsü, aklımıza getirebileceğimiz herhangi iki sayının arasında da sonsuz sayı bulunur. Ondalık haneler açısından bu apaçık ortadadır. 1 ve 2 tamsayılarını ele alalım. 1 ve 2 arasında, tek ondalık hane içeren bir sayı kümesi bulunmak zorundadır (1,1, 1,2 ...1,8, 1,9). O sayıların da her birinin arasında bir tane daha ondalık hane içeren bir sayı kümesi vardır (1,11, 1,12, 1,13... 1,18, 1,19). O sayıların da her birinin arasında da… Neyse, siz olayı zaten anladınız. Ele aldığınız iki sayıda kaç tane ondalık hane bulunursa bulunsun bu mantığa göre o iki sayının arasında sonsuz sayı vardır. 247,8503468295667 ve 247,8503468295668 gibi iki sayı için veya bu kitabı, hatta tüm evrendeki kitapları kaplayacak kadar uzun ama sadece son hanesi farklı olan iki sayı için de aynı durum söz konusudur.

Yalnızca matematiksel bir meraktan ibaret olsaydı bu önemsiz sayılabilirdi. Örneğin bazı sonsuzlukların (bazı sonsuz seriler gibi) iyi huylu olduğunu ve basit yollarla temsil edilebileceğini biliyoruz. Örneğin $\frac{1}{3}$ kesiri, sonsuz sayıda ondalık hane içeren bir ondalık sayıya karşılık gelir: 0,3333333... Oysaki evrendeki tüm kitapları sıkıcı 3 satırlarıyla doldurmaktansa bu sayı basit ve kompakt bir biçimde yazılabilir. Farklı ondalık sayı ifadeleri de kompakt şekilde gösterilebilir. Örneğin 0,675486754867548 ondalık sayısı "67548 hanelerini alıp sonsuza dek tekrarla" yazılarak tanımlanabilir. Rahatlıkla idare edilemeyecek denli büyük bir şeyi bu kadar kompakt bir şekilde tüm hatlarıyla tanımlamak kimi zaman algoritma olarak adlandırılır ve sözle veya basit matematiksel bir ifadeyle gösterilebilir. Bu kompakt yöntemle gösterilebilen ifadeyeyse "algoritmik olarak sıkıştırılabilir" denir. Oysa ondalık sayı fikrini hiç öne sürmemiş olan Antik Yunanlar bile algoritmik olarak sıkıştırılabilir olmayan bazı sayıların var olduğunu ve bunların kompakt şekilde yazılamayacağını biliyorlardı. Daha da kötüsü, çoğu sayı bu kadar basit bir şekilde yazılamaz.

Basit şekilde yazılabilen sayılar kesirlerdir. Kesirler bir tamsayının diğerine olan $\frac{4}{3}$ veya $\frac{29847}{65109}$ gibi oranlarıdır. (Tamsayılar dahi bir anlamda orandırlar ve $\frac{2}{2} = 1$, $\frac{8}{4} = 2$ biçiminde yazılabilirler.) Yunanlar bu sayıları oran [*ratio*][17] içerdiklerinden rasyonel sayılar olarak adlandırdılar. Diğer yandan –emsallerinin en ünlüsü π olmak üzere– iki sayının oranı biçiminde asla yazılamayacak sayılar da mevcuttur. Dolayısıyla bu sayılar irrasyonel sayılar olarak adlandırılır ve yalnızca, tekrar etmeyen rakamlardan oluşan sonsuz bir zincir olarak ifade edilebilir.[18] Ondalık sayı kavramından yoksun olan Yunanlar konuyu bu şekilde ele almasalar da bu tip irrasyonel sayıların varlığının farkındaydılar. Ayrıca çoğu sayının irrasyonel olduğunun da farkındaydılar! İşte bu, bir sistemin faz uzayındaki mutlak konumunu belirlemeye çalıştığımızda görebileceğimiz

---

17 Rasyonel [*rational*] sözcüğü, oran [*ratio*] sözcüğünden türetilmiştir –çn.

18 Sık sık π'nin kestirimi olarak kullanılan $\frac{22}{7}$ şeklindeki rasyonel ifade gerçek π değil, sadece onun *kestirimidir.*

gibi, kaosun ve Newton'un (ya da Laplace'ın) tersinirlik kavramının kalbine isabet eder.

"Sistem" çok küçük olabilir (bir kutunun içerisinde kütleçekim etkisi altında dolanan tek bir parçacık örneğindeki gibi). Parçacığın hali, onun konumu ve momentumuyla belirlenir ve hatırlayalım ki Newton, parçacığın, tüm kütlesi kendi merkezinde matematiksel bir noktada toplanmış gibi davranacağını ispatlamıştı. Sistemin faz uzayındaki konumunu belirlemek için "tüm" yapmamız gereken o noktanın konumunu ve parçacığın momentumunu belirlemektir. Problemi daha da basitleştirmek adına öncelikle konum üzerinde yoğunlaşalım. Parçacığın düz bir çizgi üzerinde hareket ettiğini –belki de kütleçekim etkisiyle düştüğünü– farz ederek bu basitleştirmeyi sağlayabiliriz. Şimdi yapmamız gereken tek şey parçacığın konumunu bu çizgi üzerinde belirlemek olacaktır ki bu da hayal edilebilecek en basit fizik problemidir. Ne var ki bazı nadir durumlar haricinde çözümün imkânsız olduğu ortaya çıkar. Parçacığın A ve B noktaları arasında bir yerde olduğunu bildiğimizi farz edelim. A ve B arasındaki mesafenin *tam olarak* kaçta kaçının parçacık tarafından kat edildiğini bilmemiz gereklidir. Mesafenin $\frac{1}{3}$'ü veya $\frac{98}{317}$'si veya diğer herhangi rasyonel kesirlik bir bölümü söz konusuysa ortada bir sorun yok; ancak rasyonel sayılarla gösterilen her nokta çiftinin arasında irrasyonel sayılarla gösterilen sonsuz sayıda nokta vardır ve bu noktaların da her biri, kompakt bir biçime sıkıştırılamayacak şekilde sadece sonsuz rakamlar zinciriyle gösterilebilir. Örneğin parçacık A ve B noktaları arasında $\frac{1}{\pi}$ kadar ilerlemişse bu gösterimin içereceği hassasiyet, ifadede kullanacağımız ondalık hane sayısıyla orantılı olacaktır. Öte yandan gösterimi *kesin olarak* yapmak istediğimizde, sonsuz sayıda rakamı kâğıda dökmemiz gerekecektir. Ayrıca, bu yalnızca düz bir çizgi üzerinde hareket eden tek bir parçacık için geçerlidir! Başlangıç koşullarına yeterli ölçüde duyarlı olan bir sistemde, kaç adet hane kullanırsak kullanalım –Lorenz'in keşfettiği üzere– sistemin tüm geleceğinin, kullanmayıp da bir kenara attığımız o bir sonraki hanenin değerine önemli ölçüde bağımlı olabilmesi her zaman mümkündür.

Bu, *tek* bir parçacığın halini belirlemek için sonsuz hafızaya sahip bir bilgisayara ihtiyaç duyulduğu anlamına gelir. Hiçbir bilgisayar evrenden büyük olamaz ve evreni "var olan her şey" olarak tanımladığınızda bu, evrenin davranışını bütün detaylarıyla taklit edebilecek tek sistemin evrenin kendisi olduğuna işaret eder. Evren Laplace'ın düşündüğü gibi tümüyle belirlenimci olsa ve tüm gelecek şu anki halinin içinde saklı olsa bile geleceği bilmenin evrenin evrilmesini izlemenin haricinde hiçbir yolu yoktur. Bizim özgür iradeye sahip olup olmadığımıza bakmaksızın evren, özgür iradeye sahipmişizcesine davranır ve gerçekten önemli olan da sadece budur. Evren kendi geleceğinden bihaberdir ve en hızlı simülatörü de yine kendisidir.

Peki ya tersinirlik ve zaman oku? İnsanlar zevzekçe evrendeki (ya da gaz dolu bir kutudaki) zamanı tersine işletmek için "sihirli bir değnek sallayarak" tüm parçacıkların hareketini tersine çevirmekten bahsediyorlardı. Ne var ki şu an bu imkânsız gözüküyor. Sinyaller ışıktan hızlı hareket edemiyorken evrendeki tüm hareketlerin *eşzamanlı olarak* nasıl tersine çevrilebileceği hakkında derin sorulara yol açan görelilik teorisi gibi kurnazlıkları ve "eşzamanlı" ile kast edilen şeyin evreni nereden gözlemlediğinize bağlı olarak anlam değiştirebileceğini bir kenara bırakacak olsak bile tek bir parçacığın dahi hareketini tam olarak tersine çevirmek imkânsızdır. Bu kesin tersine çevirme işini yapmak için (hareketin, bir an için rasyonel sayılarla tanımlandığı çok nadir durumlar haricinde) ilk olarak onun mevcut halini tüm sonsuz ondalık haneleriyle belirtmemiz gerekirdi. Bu, prensipte imkân dahilinde değildir ve bu imkânsızlık sadece insani yetersizliklerden kaynaklanmaz. Bu, kaosun kaçınılmaz olduğu bilgisini bize sunan bir ikramdır. Evreni –prensipte– tüm detaylarıyla tahmin etmek *mümkün değildir*; kaldı ki zamanı –prensipte– tersine çevirmek de aynı oranda *imkânsızdır*.

Bu bölümde sunulan fikirler evrenin karmaşıklığının üzerinde kurulu olduğu temelin –derinlerdeki basitliğin– ta kendisidir. Şimdi bu temelin üzerinden, evrenin karmaşıklığının ve yaşamın kendisinin kaostan nasıl doğduğunu incelemeye geçebiliriz. Kaos ve fraktallerle zaten haşır neşirseniz bir sonraki bölümü atlayarak 4. Bölüme geçebilirsiniz; ancak kaosun kendi diyarına kısa ama nefes kesici bir gezinti yapmak ve bununla bağlantılı olarak, kaosun incelenmesinde *vazgeçilmez* hale gelen fraktal teorisini irdelemek için üçüncü bölümü es geçmemenizi umuyoruz. Bizi yaşamın kendi sınır bölgesine götüreceğinden bu, düşündüğünüz kadar da yabana atılacak bir şey değildir ve tartışmamızın son amacı yaşamın oluşumunu anlamaktır.